

Grupos ♥

Datos importantes:

Podemos definir el complemento de un ~~gr~~ grafo

Como el grafo que tiene ^{todas} las aristas que no están en G .

Por ejemplo



Además un grafo define una relación entre sus vértices

$v_1 R v_2 :=$ Hay una arista entre v_1 y v_2

Si el grafo no es dirigido $\Rightarrow$ es una relación simétrica.

Podemos notar ^{o sea que queda de ejercicio} que la relación depende por G^c

es precisamente R^c (El complemento de la relación R depende por G).

Veamos que el grafo generado tiene un clique de tamaño n si y solamente si φ es satisfacible.

• S: φ es satisfacible, existe una asignación de verdad de las proposiciones en la fórmula que hace verdad a la fórmula. Con esa asignación de verdad en cada cláusula existe al menos una de las variables que será verdad (así, si la cláusula es $(l_1 \vee l_2 \vee l_3)$, donde l_i es un literal o su negación $\Rightarrow \exists i \text{ tq } l_i \text{ es verdad bajo esa asignación}$)

~~Así, tomamos v_i un v_{ij} tq v_{ij} sea verdad bajo esa asignación por cada cláusula C_i ~~de la fórmula~~ sea verdad bajo esa asignación.~~

Así, tomamos v_i un v_{ij} tq v_{ij} sea verdad bajo dicha asignación de verdad. Como cada cláusula tiene una variable que es verdad, y no puede estar un literal y su negación dentro de la asignación $\Rightarrow$ Están todos conectados entre todos.

Por el otro lado, si el grafo tiene un clique $\Rightarrow$ hay un conjunto de $\{v_{ij}\}$ ^{de tamaño} de tamaño n . Como no existen aristas entre verticales "de una misma cláusula" $\Rightarrow$ todos los verticales del clique deben ser de cláusulas distintas, y debe haber alguna de cada cláusula.

Como en el clique no pueden estar una variable y su negación $\Rightarrow$ ~~dentro de las~~ Dentro de las "variables" en el clique hay una asignación de verdad (la que hace verdaderas a las v_{ij} en el clique). Dicha estructura hace verdad a ~~el~~ el menos un v_{ij} v_i $\Rightarrow$ La fórmula es satisfacible.

P₄

La construcción es la siguiente:

Si φ es una fórmula proposicional tal que $\varphi = \bigwedge_{i=1}^n (v_{i1} \vee v_{i2} \vee v_{i3})$

Donde v_{ij} es un literal o su negación.

Nuestro conjunto de nodos V será $V = \{v_{ij}; 1 \leq i \leq n; j \in \{1, 2, 3\}\}$

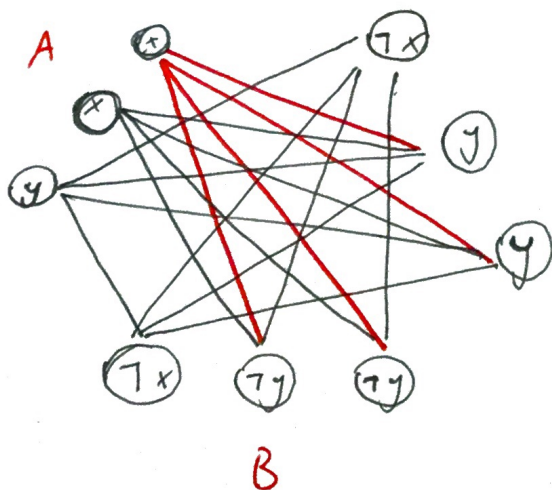
Además, haremos una arista entre v_{ij} y v_{ik} si se cumple

la siguiente condición:

$i \neq 1$, es decir v_{ij} y v_{ik} están en distintas cláusulas, y

además v_{ij} no es la negación de v_{ik} .

Por ejemplo, si $\varphi = \underbrace{(x \vee \neg x \vee y)}_A \wedge \underbrace{(\neg x \vee \neg y \vee \neg y)}_B \wedge \underbrace{(\neg x \vee y \vee y)}_C$,
el grafo sería el siguiente:



Para dejarlo más claro, dejemos en rojo las aristas que salen desde uno de los literales, vemos que x de la cláusula A se conecta con todos los vertices de las otras cláusulas, excepto por aquellos que son $\neg x$.