



Auxiliar 2: Lógica Proposicional

Miércoles 5 de de Marzo, 2017

P5 Aux 1. Consideremos una rotonda que tiene n autos iguales en torno a ella. Cada auto tiene algo de bencina en su estanque y sabemos que si juntamos la bencina de todos se podría dar exactamente una vuelta a la rotonda. Demuestre que, independiente de como esté distribuida la bencina y de cómo estén distribuidos los autos, siempre hay al menos un auto que puede dar la vuelta entera si le roba la bencina a cada otro auto una vez que lo alcanza.

P1. Consecuencia Lógica

- Dado un conjunto de oraciones Σ de la lógica proposicional y dos oraciones α, β que no comparten ninguna variable proposicional (por ejemplo $\alpha = r \vee s$ y $\beta = p \wedge q$). ¿Es cierto que $\Sigma \models \beta$ si y solo si $\Sigma \cup \{\alpha\} \models \beta$?
- Sea Σ un conjunto de oraciones de lógica proposicional y α, β oraciones cualquiera. ¿Es cierto que si $\Sigma \models (\alpha \vee \beta)$ entonces $\Sigma \models \alpha \vee \Sigma \models \beta$?

P2. En la isla de Matdis existen 2 tipos de personas, los hipsters que solo dicen la verdad, y los mainstream que solo mienten. Esta isla tiene sólo 3 habitantes, Pablo, Nacho y Maika. Pablo dice 'Si yo soy un hipster, entonces al menos uno de nosotros es mainstream'. Puede determinar con esta frase si Pablo es hipster?

P3. Se define el conector lógico NAND con la siguiente tabla de verdad:

A	B	A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Demuestre que cada oración de la lógica proposicional (es decir, aquellos escritos con $\vee, \wedge, \Rightarrow, \neg$) tiene un equivalente que usa sólo el conector NAND.

P4. Estudiaremos el problema HORNSAT, es decir, a satisfacibilidad de las fórmulas de Horn. Estas son las fórmulas con la siguiente estructura:

$$\varphi = \bigwedge_{i=1}^m \bigvee_{j=1}^{n_i} l_{i,j}$$

Cada $l_{i,j}$ es un literal o la negación de uno ($p, \neg p$). Además para todo $i = 1 \dots m$ a lo más un $l_{i,1}, \dots, l_{i,n_i}$ no está negado (ej: $\neg p \wedge \neg s \wedge r$). Encuentre un algoritmo que aproveche la estructura de la fórmula de Horn para determinar si es satisfacible. Recuerde que una fórmula es satisfacible si existe alguna valuación que la hace verdadera.