Flujo Compresible.

Condiciones para Flujo Compresible.

Incompresible $\Rightarrow \frac{D\rho}{Dt} = 0.$

$$\approx \quad \frac{1}{\rho}\left|\frac{D\rho}{Dt}\right| << \left|\frac{\partial u}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial v}{\partial y}\right| + \left|\frac{\partial w}{\partial z}\right| \quad *$$

Consideramos un Fluido que tiene Velocidad V y L es su largo característico.

$$* \Rightarrow \quad \frac{V}{L}\frac{\delta\rho}{\rho} << \frac{V}{L}$$

$$\boxed{\frac{\delta\rho}{\rho} << 1}$$

de las Ecuaciones de Euler. $\frac{V}{L} V \sim \frac{\delta P}{\rho L}$.

de Termodinámica se cumple que.

Si la entropía es constante.

$$\delta P/\delta\rho = \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{\Delta S = 0} = a^2}$$

donde a^2 es la Velocidad de Propagación del Sonido en el Fluido.

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{V^2}{a^2}}$$

∴ Si la Velocidad del Fluido se parece al del sonido ⇒ Tenemos Flujo Compresible.

Una onda de Sonido es un Flujo Compresible.

En un Flujo Compresible se intercambia energía interna con Cinetica.

Ecuación de onda

$$\boxed{\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{\hat{S}} \nabla^2 P.}$$

Gas ideal $\quad (P = \rho R T).$

$$a = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{c_p P}{c_v \rho}} = \sqrt{\gamma R T}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1.4 \text{ para el Aire}$$

$$\boxed{\gamma = \frac{c_p/R}{c_p/(R-1)}} \quad \text{(Termo).}$$

Onda de Sonido Plano.

$$\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}.$$

Solución.

$$P - P_0 = \rho_0 a u = a^2(\rho - \rho_0) = f(x - at).$$

donde f es una función

ejemplo $f = A \operatorname{sen}(x - at)$.

Nivel de Presión Sonora.

$$P_{SW} = (P - P_0) u = \frac{(P - P_0)^2}{\rho_0 a} = \rho_0 a u^2.$$

$$NPS = \log_{10}\left(\frac{\sqrt{\overline{P - P_0}^2}}{2 \times 10^{-5}\, P_a}\right)$$

Flujo estacionario isentrópico.

$$\boxed{\frac{V^2}{2} + \hat{h} = \hat{h}_s} \; *$$

Relaciones Termodinamicas.

$$\frac{T}{Ts} = \left(\frac{P}{Ps}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

$$\frac{\rho}{\rho s} = \left(\frac{P}{Ps}\right)^{1/\gamma}.$$

$$\frac{a}{as} = \left(\frac{P}{Ps}\right)^{(\gamma-1)/2\gamma}.$$

de * Tenemos.

$$V = \sqrt{\hat{h}(Ps, \hat{S}s) - \hat{h}(P, \hat{S}s)}$$

Si sustituimos $\hat{h}$ por $\hat{c}p\,\Delta T$. Tenemos:

$$\boxed{V = \left(2\,\hat{c}_p\,Ts\left[1-\left(\frac{P}{Ps}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]\right)^{1/2}}$$

$$\boxed{\frac{V}{as} = \left(\left[\frac{2}{\gamma-1}\right]\left[1-\left(\frac{P}{Ps}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}\right]\right)^{1/2}}$$

$$\boxed{\text{N° de mach.}}$$

$$\boxed{M = \frac{V}{a}}$$

$$\frac{a}{a_s} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{1/2}$$

$$\frac{V}{a_s} = \frac{Ma}{a_s} = M \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{1/2}$$

$$\frac{T}{T_s} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{P}{P_s} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-k/k-1}$$

$$\frac{\rho}{\rho_s} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1/k-1}$$

$\boxed{\text{Ponto Aux}}$

P1)

a) $\gamma = \dfrac{cp/R}{cp/R - 1}$

$\gamma_{Aire} = 1.4$.

$a = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{1.4 \times 287 \times 300} = \boxed{347.19 \; m/s}$

b)

$\gamma_{Helio} = \dfrac{2.5}{1.5} = 1.67$

$= \sqrt{1.67 \times 2077 \times 300} = \boxed{1019.06 \; m/s}$

P2)

$20 = 10 \log_{10} \left(\dfrac{\sqrt{\overline{P-P_0}^2}}{2 \times 10^{-5} Pa} \right)$

$\Rightarrow \boxed{\sqrt{\overline{P-P_0}^2} = 2 \times 10^{-3} \; Pa}$

$\dfrac{(P - P_0)^2}{\rho_0 a} = \rho_0 a u^2$

$\rho_0 = \boxed{1.204 \; kg/m^3}$

$T = 273 + 20 = \boxed{293 K}$

$\sqrt{\overline{u}^2} = \dfrac{\sqrt{\overline{(P-P_0)}^2}}{\rho_0 a}$

$a = \sqrt{\gamma R T} = \boxed{343.2 \; m/s}$

$\boxed{\sqrt{\overline{u}^2} = 4.84 \times 10^{-6} \; m/s}$

c) $$P_{SW} = \frac{\overline{(P - P_0)}^2}{\rho_0 a} = \boxed{4.84 \times 10^{-10} \text{ watt/m}^2}$$

P3)

$$\frac{P_t}{P_S} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_t^2\right)^{-k/k-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{M = 2.274}$$

P4) Sea X la Fraccion en masa del Aire

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{x}{\rho_a} + \frac{(1-x)}{\rho_w}$$

donde ρ_a: densidad del Aire.

ρ_w: densidad del Agua.

Recordamos que $\frac{\partial P}{\partial \rho_a} = a^2$. / a = Velocidad del sonido del Aire.

y Supondremos que el Agua es incompresible.

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial P} \stackrel{!}{=} 0.$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{\rho} = \frac{X}{\rho_a} + \frac{(1-X)}{\rho_w} \Big/ \frac{\partial ()}{\partial P}.$$

$$-\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right) = -\frac{X}{\rho_a^2}\left(\frac{\partial \rho_a}{\partial P}\right) = -\frac{X}{\rho_a^2 a^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right) = \left(\frac{\rho_a}{\rho}\right)^2 \frac{a^2}{X}}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{X}{\rho_a} + \frac{(1-X)}{\rho_w} \Rightarrow \left(\frac{X}{\rho_a} + \frac{(1-X)}{\rho_w}\right)\rho_a = \frac{\rho_a}{\rho}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right) = \left(X + (1-X)\frac{\rho_a}{\rho_w}\right)^2 \frac{a^2}{X}.}$$

Notamos que $\varepsilon = \dfrac{\dfrac{X}{\rho_a}}{\dfrac{X}{\rho_a} + \dfrac{(1-X)}{\rho_w}}$

despejando X

$$\boxed{X = \frac{\varepsilon(\rho a/\rho w)}{1-\varepsilon(1-\rho a/\rho w)}}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{a^2 \quad \rho a/\rho w}{\varepsilon\left[1-\varepsilon\left(1-(\rho a/\rho w)\right)\right]} \approx \boxed{\frac{a^2(\rho a/\rho w)}{\varepsilon(1-\varepsilon)}}$$

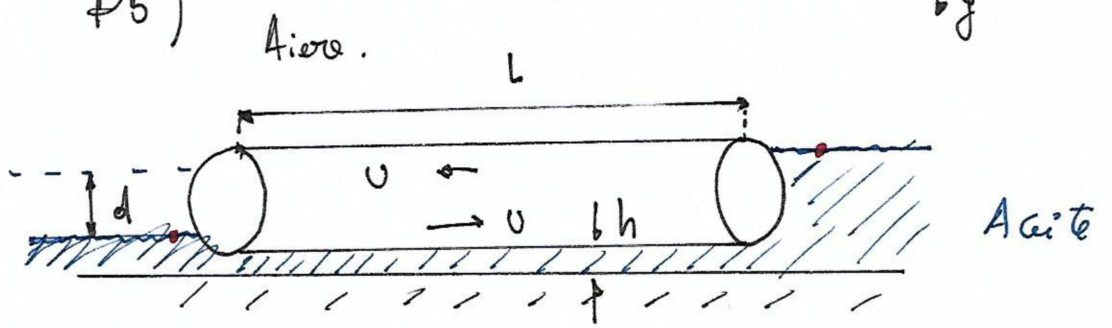
$$\frac{\rho a}{\rho w} \approx 0.$$

Finalmente

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)^{1/2} = \boxed{a m = \frac{a\sqrt{(\rho a/\rho w)}}{\sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)}}}$$

$\blacksquare$

P5)



a) En efecto.

Primero notamos que el fluido está afuera de la banda a la Patm. luego por def de presión.

ΔP entre dos puntos a la misma altura en el fluido es $\rho g d$, además sabemos que $\frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{\Delta P}{L}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\rho g d}{L}}$$

b) usamos las Ecuaciones de N-S.

$\hat{x}$)
$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\frac{\rho g d}{\mu L} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad / \int$$

$$\frac{\rho g d}{\mu L} y + c_1 = \frac{\partial u}{\partial y} \Rightarrow \boxed{\frac{\rho g d}{2\mu L} y^2 + c_1 y + c_2 = u(y)}$$

Condiciones de borde.

$$u(y=0)=0 \quad . \quad \Rightarrow C_2 = 0 .$$

$$u(y=h) = v .$$

$$\frac{\rho g d h^2}{2\mu L} + C_1 h = v$$

$$C_1 = \frac{v}{h} - \frac{\rho g d h}{2\mu L}$$

$$\Rightarrow u(y) = \frac{\rho g d}{2\mu L} y^2 + \frac{v}{h} y - \frac{\rho g d h}{2\mu L} y$$

$$\Rightarrow \boxed{u(y) = \frac{v}{h} y + \frac{\rho g d}{2\mu L} (y^2 - hy)}$$

$$Q = w \int_0^h u(y)$$

$$\boxed{Q = w \left(\frac{v h}{2} + \left(- \frac{\rho g d h^3}{12 \mu L} \right) \right)}$$

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \mu \left(\frac{v}{h} + \frac{\rho g d}{2\mu L} (2y - h) \right)$$

$$\boxed{\tau_w \Big|_{y=h} = \mu \left(\frac{v}{h} + \frac{\rho g d h}{2\mu L} \right)}$$

P5)

$$P = (\tau_w w L)\, v$$

$$P = v\, w L \left(\mu \frac{V}{h} + \frac{\rho g dh}{2L} \right)$$