

1.20 de Transporte aplicados
al momento lineal.

$$\frac{D}{Dt} \int_{sys} v_p dV = \sum \vec{F}_{sys.}$$

↑
Fuerza.

↑
Cantidad de movimiento

Si definimos $B \equiv \vec{v}_m$ $\Rightarrow b = \vec{v}$.

luego aplicados al TTR.

$$\Rightarrow \frac{D}{Dt} \int_{sys} v_p dV = \frac{d}{dt} \int_{cv} v_p dV + \int_{cs} v_p \vec{v} \cdot \hat{n} ds$$

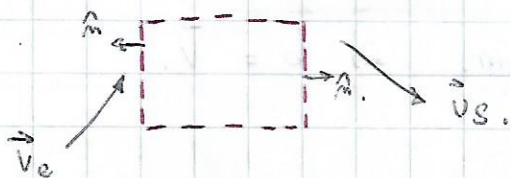
$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \int_{cv} v_p dV + \int_{cs} \vec{v}_p \vec{v} \cdot \hat{n} ds = \sum \vec{F}$$

↑
Fuerzas contenidas en el
Volumen de Control.

Condiciones para este curso.

→ $\frac{d}{dt} \neq 0$ por un problema estacionario.

los entornos son discretos $\Rightarrow$ discretizamos la 2o integral como una suma.



$$\sum \vec{v}_s \dot{m}_s - \sum \vec{v}_e \dot{m}_e = \sum \vec{F}_{\text{ext}}.$$

$$\sum v_{sx} \dot{m}_s - \sum v_{ex} \dot{m}_e = \sum F_x.$$

$$\sum v_{sy} \dot{m}_s - \sum v_{ey} \dot{m}_e = \sum F_y.$$

Ec de movimiento angular.

$$\frac{d}{dt} \int_{V_C} (\vec{r} \times \vec{v}) \rho d\tau + \int_{S_C} (\vec{r} \times \vec{v}) \rho \vec{v} \cdot \hat{n} d\sigma = \sum (\vec{F} \times \vec{r}).$$

conservación.

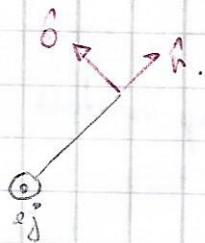
$$\frac{d}{dt} \neq 0.$$

↑
en el volumen
de control.

la 2ª integral. la descomponemos.

$$\sum \dot{m}_s (\pm r_s v_{os}) - \sum \dot{m}_e (\pm r_e v_{oe}) = \sum T.$$

donde, recordamos que $\vec{v} = v_o \hat{o} + v_r \hat{r}.$



Velocidad relativa.

A ademas.

$$\vec{v} = \vec{v} + \vec{w}$$

Velocidad
absoluta

Velocidad
en la que se mueve el VC

Realizado de ingeniería.

Velocidad angular

→ Potencia = $T \cdot \omega$.

Recordemos que, $|\omega \cdot r| = v$

$$\dot{W} = \sum \dot{m}_S (\pm v_{S0} v_{0S}) - \sum \dot{m}_E (\pm v_{E0} v_{0E})$$

$$T \dot{\theta} = (\dot{m}_S v_{S0} \pm) \dot{\theta} r_{S0} - (\dot{m}_E v_{E0} \pm) \dot{\theta} r_{E0}$$



$$\dot{W} + \dot{V} = \dot{V}$$

1º Ley de Termodinámica.

$$\Delta E = \Delta Q - \Delta W \quad (\text{Ingeniería})$$

$$\Delta E = \Delta Q + \Delta W \quad (\text{Física como vosotros})$$

$$E = \int_{\text{sys}} \bar{E} dV, \quad \bar{E} \rightarrow \text{energía específica.}$$

$$\bar{E} = \bar{u} + \frac{V^2}{2} + gz \quad \text{donde } \bar{u} \rightarrow \text{energía interna.}$$

$$\Rightarrow \frac{D}{Dt} \int_{\text{sys}} \bar{E} \rho dV = (\sum \dot{Q}_{\text{en}} - \sum \dot{Q}_{\text{s}})_{\text{sys}} + (\sum \dot{W}_{\text{in}} - \sum \dot{W}_{\text{s}})_{\text{sys}}.$$

Notamos que $\delta \dot{W}_A = \sigma \vec{T} \cdot \vec{V}$.

(Normal Stress) $\nearrow$

$$\delta \dot{W} = \sigma \hat{n} \delta A \cdot \vec{V} =$$

$$\Rightarrow \left| \dot{W}_{\text{normal stress}} = \int_{\text{SO}} -P \vec{V} \cdot \hat{n} dS \right|$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \int_{Vc} \bar{E} \rho dV + \int_{Sc} \bar{E} \rho \vec{V} \cdot \hat{n} dS = \dot{Q}_{met} + \dot{W}_{met}^{enlajc} - \int_{Sc} p \vec{V} \cdot \hat{n} dS \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{Vc} \bar{E} \rho dV + \int_{Sc} \left(\bar{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \hat{n} dS = \dot{Q}_{met} + \dot{W}_{ajc}$$

Simplificaciones.

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial t} (*) = 0. \quad \text{discontinuidad de la 2ª integral.}$$

$$(*) \quad \int \left(\bar{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \dot{m}_S - \int \left(\bar{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gz \right) \dot{m}_e = \dot{Q}_{met} + \dot{W}_{ajc}$$

otra simplificación muy importante.

$$\bar{h} = \bar{u} + \frac{p}{\rho} \quad \left(\text{Definición de entalpía} \right)$$

↑
entalpía específica.

Típicamente, generalmente $\dot{m}_E = \dot{m}_S$ en las Turbinas y las bombas.

$$\Rightarrow \dot{m} \left((h_S - h_E) + \frac{V_S^2 - V_E^2}{2} + g(z_S - z_E) \right) = \dot{Q}_{\text{neto}} + \dot{W}_{\text{ej}}.$$

E.c de Bernoulli: Con pérdidas.

→ de forma general a partir de (*) se puede demostrar que:

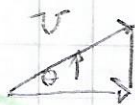
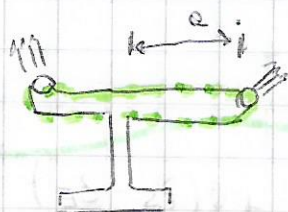
$$\left| \frac{P_S}{\rho} + \frac{V_S^2}{2} + g z_S = \frac{P_E}{\rho} + \frac{V_E^2}{2} + g z_E + W - \text{loss} \right|$$

$$\left| \alpha = \frac{\int_A (V^2/2) \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA}{\dot{m} V^2/2} \right|$$

α : Coef. correctivo de energía. se ocupa para fluidos no uniformes.

Punto Axilón

P1).



Notemos 1° que $\vec{V} = \vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r}$ por estar girando.

Plantemos la ecuación de punto de momento angular.

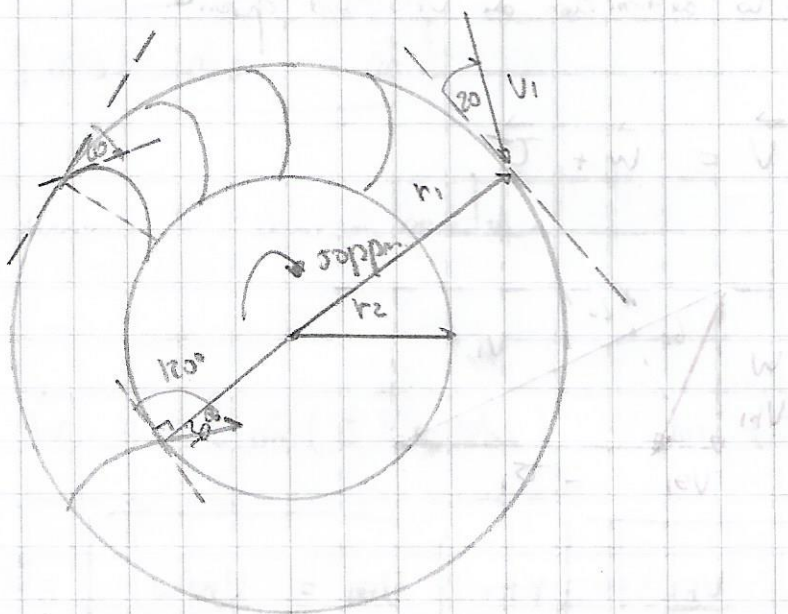
$$\sum \dot{m}_S (\pm r_S v_{\theta S}) - \sum \dot{m}_E (\pm r_E v_{\theta E}) = \sum T.$$

No tenemos entradas.

$$\dot{m}_S = \rho \bar{v} A, \quad v_{\theta S} = v \cos \theta, \quad r_S = e.$$

$$\Rightarrow 2 \rho A v \cos \theta = T_{ej}$$

P2).



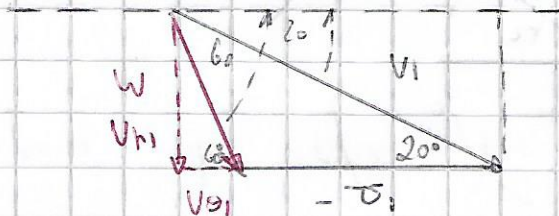
a) En efecto, tenemos simplemente la del de Cauda.

$$Q_x = 2\pi h \cdot b \cdot V_{r1} \cdot n$$

$$b = \frac{Q_x}{2\pi h \cdot V_{r1}} \quad \text{Calculamos } V_{r1}$$

entonces la determinación de velocidad depende.

$$\vec{V} = \vec{\omega} + \vec{U}$$



$$\left| \tan 20^\circ = \frac{V_{r1}}{V_{o1} + U_1} \right|$$

$$\left| V_{o1} = \frac{V_{r1}}{\tan 60^\circ} \right|$$

$$\left| U_1 = \omega r_1 \right|$$

$$\Rightarrow V_{r1} = \frac{\omega r_1}{\left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - \frac{1}{\tan 60^\circ} \right)} = \underline{\underline{9.651 \text{ t/s}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{b = 0.0825 \text{ t/s}}}$$

No tenemos también que $V_{o1} = \frac{V_{r1}}{\tan 20^\circ} = \underline{\underline{26.52 \text{ t/s}}}$

b) En efecto, primero notamos que

$$\dot{m}_S = \dot{m}_E = \dot{m}!$$

llamamos la ecuación maestro,

$$\dot{W} = \sum \dot{m} (\pm U_{Sj} V_{Sj}) - \sum \dot{m} (\pm U_{Ej} V_{Ej})$$

$$U_S = \omega R_2 = 10.47 \text{ t/s}$$

$$U_E = \omega R_1 = 20.94 \text{ t/s}$$

$$V_{OE} = V_{O1} = 26.52 \text{ t/s}$$

ahora nos falta saber V_{OS} .

para ello usaremos de nuevo la velocidad opuesta.
en el punto 2 de la rueda.

$$\vec{V}_2 = \vec{\omega}_2 + \vec{O}_2$$



Notamos que.

$$\frac{U_{02} + U_2}{U_{R2}} = \tan 30^\circ$$

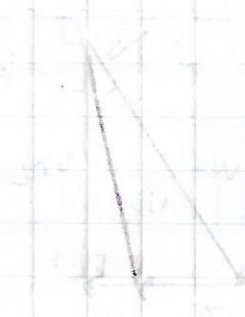
pero U_{R2} se puede conocer usando la ley de Ohm
del cable

$$q = U_{R2} (2\pi h_2 b)$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{R2} = 19.3 \text{ t/s}}$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{02} = 0.643 \text{ t/s}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{W} = 39.6 \text{ hp}}$$



73)

$$1 \text{ hp} = 745.7 \text{ Watts.}$$

$$R = 0.287 \left[\frac{\text{kJ Pa m}^3}{\text{kg K}} \right]$$

$$c_p = 1.012 \text{ kJ/kgK}$$

1º, escribimos la 1ª ley de Termodinámica:

$$\dot{Q} + \dot{W} = \sum \dot{m}_s (h_s + \frac{V_s^2}{2} + g z_s) - \sum \dot{m}_E (h_E + \frac{V_E^2}{2} + g z_E)$$

$$\dot{W} = 150 \times (0.745) = 111.75 \text{ kWatts.}, \quad h = c_p T.$$

$$h_1 = (1.012) \times (70 + 273) = 347.1 \text{ kJ/kg.}$$

$$h_2 = (1.012) \times (100 + 273) = 377.48 \text{ kJ/kg.}$$

$$h_3 = (1.012) \times (200 + 273) = 478.68 \text{ kJ/kg.}$$

usamos ahora gas ideal.

$$P = \rho R T$$

$\Rightarrow$

$$\rho_1 = 10.16 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 18.68 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{(0.287) \times (200 + 273)}$$

unamos Continued.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3.$$

$$\rho_1 p_1 = \rho_2 p_2 + \rho_3 p_3$$

$$\Rightarrow \rho_3 = 5.37 \text{ kg/m}^3.$$

$$\Rightarrow \boxed{P_3 = 729.06 \text{ kPa}}$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = 12.5 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = 2 \text{ m/s}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = 10 \text{ m/s}.$$

$$\boxed{\dot{Q}_X = 2575.61 \text{ kWatts}}$$