

Ec de Bernoulli.

Presión hidrostática

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + P + \rho g h = c$$

Presión dinámica

Presión estática.

Presión manométrica.

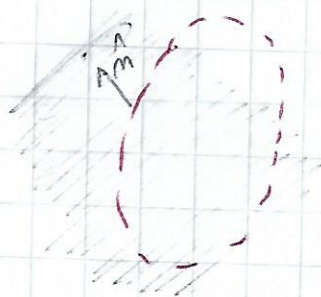
$$P_2 - P_1 = \rho g h.$$

Corresponde a la integral de la suma de fuerzas tangentes (o en dirección) al sentido de movimiento (línea de corriente) de un fluido.

∴ la ecuación es una adaptación del Teo de Conservación de la energía aplicado a fluidos.

TT R.

Sea un sistema. A un Volumen de Control.



Sea B , prop extensiva del sistema.
luego se puede demostrar que.

$$\frac{DB}{Dt} = \frac{d}{dt} \int_{Vc} b \rho dV + \int_{Sc} \rho b v_n ds$$

donde

$$b = \frac{B}{M_{sistema}}$$

↑
Región de Cambio de B
en el sistema en el
tiempo

↑
Región de
Cambio de B en
el volumen de
Control en el tiempo

↑
+ flujo invariante
a través de la
superficie de Control
de B .

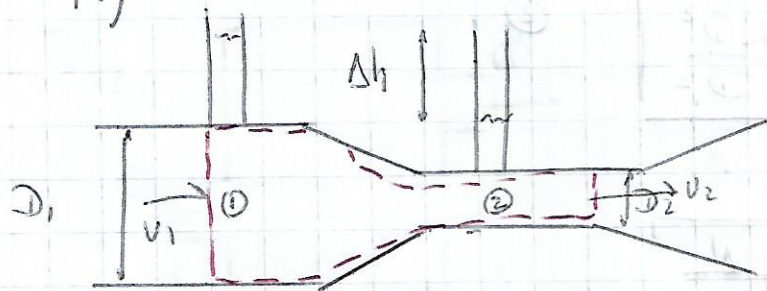
Si tomamos $B = M_{sistema}$.

$$\frac{DM}{Dt} = 0 \text{ por}$$

ley de la Conservación.

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{Vc} \rho dV + \int_{Sc} \rho v_n ds$$

P1)



$$D_1 = 1 \text{ m} = 0.0254 \text{ m}$$

$$D_2 = 3/4 \text{ m} = 0.01825 \text{ m}$$

$$\Delta h = 0.762 \text{ m}$$

Ec de Bernoulli entre los puntos 1 y 2

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 + \cancel{\rho g z_1} = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2 + \cancel{\rho g z_2}$$

$$z_1 = z_2$$

$$P_1 - P_2 = \rho \Delta h. \Rightarrow$$

$$(1) \quad \left| \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = \rho \Delta h \right|$$

Aplicamos TTR al Volumen de Control.

$$\sum \dot{m}_S - \sum \dot{m}_E = 0 \Rightarrow$$

$$\rho v_2 \frac{D_2^2 \pi}{4} = \rho v_1 \frac{D_1^2 \pi}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{V_2 D_2^2}{D_1^2}} \quad (2)$$

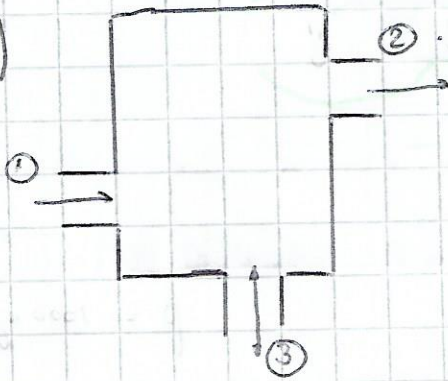
$$V_2 = \sqrt{\frac{2g \Delta h}{\left(1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}\right)}}$$

Terminante, definicion $V_2 A_2 = Q$.

$$Q = \sqrt{\frac{2g \Delta h}{\left(1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}\right)}} \frac{D_2^2 \pi}{4}$$

$$\boxed{Q = 1.332 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}$$

P2)



$$Q_{x1} = 100 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$D_1 = 6 \text{ cm}$$

$$D_2 = 5 \text{ cm}$$

$$\bar{V}_2 = 8 \text{ m/s}$$

$$D_3 = 4 \text{ cm}$$

Q_3 e V_3 ?

Primeiro planteamos a TTR.

$$\frac{d}{dt} \int \rho dV + \sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_E = 0$$

↳ Por ser um Problema estacionário.

$$\sum \dot{m}_s = Q_2 + Q_3$$

$$\frac{Q_2}{A_2} = \bar{V}_2 \Rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \bar{V}_2}$$

$$\boxed{Q_3 = \frac{\pi D_3^2}{4} V_3}$$

$$\sum \dot{m}_E = Q_1 = Q_1$$

luego:

$$\frac{\pi D_2^2 \bar{U}_2}{4} + \frac{\pi D_3^2 U_3}{4} = Q_1$$

$$\pi D_2^2 \bar{U}_2 + \pi D_3^2 U_3 = \frac{4 Q_1}{\pi}$$

$$U_3 = \frac{4 Q_1}{\pi D_3^2} - \frac{D_2^2 \bar{U}_2}{D_3^2}$$

$$Q_3 = \frac{\pi D_3^2}{4} \left(\frac{4 Q_1}{\pi D_3^2} - \frac{D_2^2 \bar{U}_2}{D_3^2} \right)$$

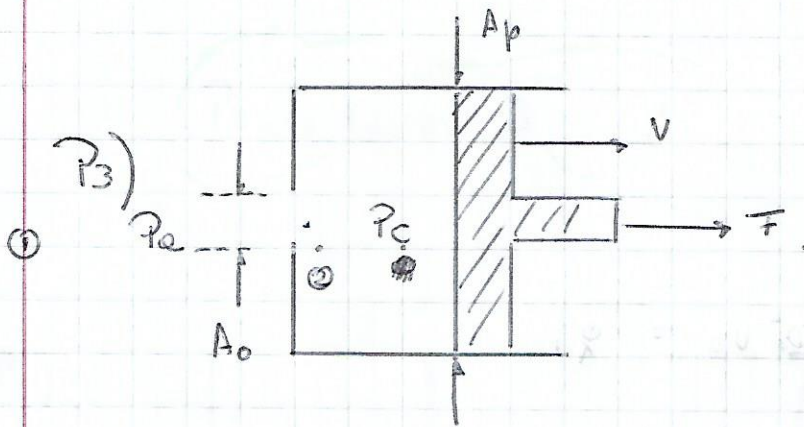
$$Q_3 = Q_1 - \frac{\pi D_2^2 \bar{U}_2}{4}$$

$$= 0.01206 \frac{m^3}{s}$$

$$(43.45 \text{ m}^3/\text{h})$$

$$\bar{U}_3 = 9.604 \text{ m/s}$$

$$\frac{(5-51) \text{ s}}{4} \left| \frac{0.01206 \text{ m}^3/\text{s}}{0.01206 \text{ m}^3/\text{s}} \right| = 1$$



bernoulli entre los puntos ① y ②.

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \cancel{p z_1} = P_c + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \cancel{p z_2}$$

$$z_1 = z_2, \quad V_1 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(P_0 - P_c) 2}{\rho}} = V_2$$

Continuidad

$$\sum \dot{m}_E = \sum \dot{m}_S.$$

$$\cancel{\rho} A_0 V_2 = \cancel{\rho} A_p V$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{A_0}{A_p} V_2 = \frac{A_0}{A_p} \sqrt{\frac{2 (P_0 - P_c)}{\rho}}}$$

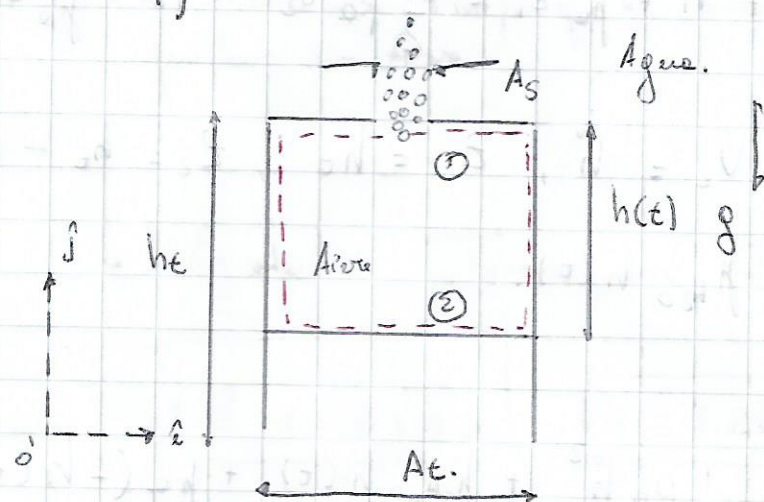
$$\Rightarrow p_a - p_c = \frac{\rho}{2} \left(\frac{A_p}{A_0} v \right)^2.$$

$$\overline{F} = (p_a - p_c) A = \frac{\rho}{2} \left(\frac{A_p}{A_0} v \right)^2 A_p.$$

$$P = \overline{F} v = \frac{\rho}{2} \left(\frac{(A_p v)^2}{A_0^2} \right).$$

$$b) \quad P = 9.57 \times 10^{-4} \text{ W}$$

P4)



$$\rho_a = 1.2 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$A_s = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$A_t = 1 \text{ m}^2$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

a) $\dot{p}$ como el TTR.

$$\frac{d}{dt} \int \rho_a dV + \sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_E$$

(1) (2) (3)

$$(1) \frac{d}{dt} \int \rho_a dV = \rho_a A_t \dot{h}^0, \quad (3) = 0$$

$$(2) \rho V_a(t) A_s$$

$$\Rightarrow \rho V_a(t) A_s = - \rho A_t \dot{h}^0$$

$$V_a(t) = - \frac{A_t \dot{h}^0}{A_s}$$

$$b) \quad \frac{1}{2} \rho_a v_1^2 + P_1 + \rho_a z_1 = \frac{1}{2} \rho_a v_2^2 + P_2 + \rho_a z_2$$

$$v_1 = v_a, \quad v_2 = h^0, \quad z_1 = h\epsilon, \quad z_2 = h\epsilon - h(\epsilon).$$

$$P_2 - P_1 = \rho_{H_2O} h(\epsilon).$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} \rho_a v_1^2 = \frac{1}{2} \rho_a h^{02} + \rho_{H_2O} h(\epsilon) + \rho_a (-h(\epsilon))$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} \rho_a \frac{A\epsilon^2}{A_s^2} h^{02} - \frac{1}{2} \rho_a h^{02} = (\rho_w g l - \rho_a g) h$$

$$\frac{1}{2} \rho_a h^{02} \left(\frac{A\epsilon^2}{A_s^2} - 1 \right) = g h (\rho_w - \rho_a)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{h^{02} = \frac{2 g h (\rho_w - \rho_a)}{\rho_a \left(\frac{A\epsilon^2}{A_s^2} - 1 \right)}}$$

c) Calcular el tiempo que le toma al estanco que caerse sin Aire.

En este caso tenemos una EDO del estilo:

$$\boxed{\dot{h} = -\alpha \sqrt{h}} \quad \boxed{\alpha = 1.27731}$$

$\dot{h} = -\alpha \sqrt{h}$ Problema Trácese.

$$\dot{h} = -\alpha \sqrt{h}$$

$$dh h^{-1/2} = -\alpha dt$$

$$\frac{1}{2} h^{1/2} = -\alpha t + C$$

$$\Rightarrow h(t) = (C - 2\alpha t)^2$$

Imponemos: $h(t = t_f) = 0$.

$$\boxed{t_f = \sqrt{\frac{h_0}{4\alpha^2}}}$$

$$\boxed{t_f = \frac{\sqrt{h_0}}{2\alpha}}$$

$$= \boxed{0.39 \text{ Seg}}$$