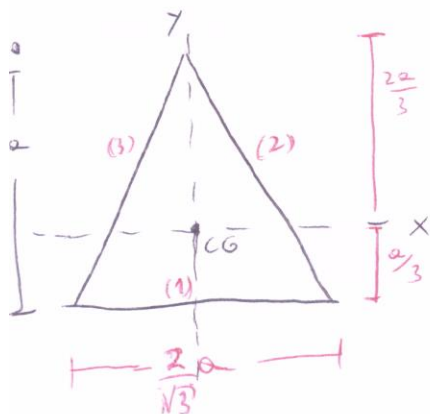




*Es necesario parametrizar los bordes:

$$(1): y = -\frac{a}{3}$$

$$(2): y = -\frac{a}{3}, y = \frac{2a}{3} \left\{ \begin{array}{l} y(x) = -\sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \\ x = \frac{a}{\sqrt{3}} / x = 0 \end{array} \right.$$

$$(3): y = -\frac{a}{3}, y = \frac{2a}{3} \left\{ \begin{array}{l} y(x) = \sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \\ x = -\frac{a}{\sqrt{3}} / x = 0 \end{array} \right.$$

a)

Para que $\psi(x, y)$ sea una función de torsión, debe cumplir que

$$\nabla^2 \psi = -2\mu K / \psi = C(x^2 + y^2 - \frac{y^3}{2} + 3\frac{x^2 y}{2})$$

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = C \left(2 + \frac{6y}{2} \right)$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = C \left(2 - \frac{6y}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2C + \frac{6y}{2}C + 2C - \frac{6y}{2}C = -2\mu K$$

$$\boxed{\therefore C = -\frac{\mu K}{2}} \quad \cdot \psi \text{ es fn. de torsión si } C = -\frac{\mu K}{2}$$

$$b) T = \int_A 2\gamma dA \Rightarrow T = 2C \int_A \left(x^2 + y^2 - \frac{y^3}{a} + \frac{3x^2y}{a} + A \right) dA$$

$$* \int_A \left(x^2 + y^2 - \frac{y^3}{a} + \frac{3x^2y}{a} + A \right) dA = \int_{-\frac{a}{\sqrt{3}}}^{\frac{a}{\sqrt{3}}} \int_{-\frac{a}{3}}^{\frac{a}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}x} \left(x^2 + y^2 - \frac{y^3}{a} + \frac{3x^2y}{a} + A \right) dy dx$$

$$= \int_{-\frac{a}{\sqrt{3}}}^{\frac{a}{\sqrt{3}}} \int_{-\frac{a}{3}}^{\sqrt{3}x + \frac{2a}{3}} \left(x^2 + y^2 - \frac{y^3}{a} + \frac{3x^2y}{a} + A \right) dy dx$$

$$+ \int_{-\frac{a}{\sqrt{3}}}^{\frac{a}{\sqrt{3}}} \int_{-\frac{a}{3}}^{-\sqrt{3}x + \frac{2a}{3}} \left(x^2 + y^2 - \frac{y^3}{a} + \frac{3x^2y}{a} + A \right) dy dx$$

$$= a^2 \frac{(11a^2 + 135A)}{135\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{T}{2a^2 \frac{(11a^2 + 135A)}{135\sqrt{3}}} \quad (*)$$

* Para obtener el ángulo θ , recordar que en la hipótesis de torsión $U_\theta(z=L) = K r L$ y además $U_\theta = \theta \cdot r$ (Arco)

$$\Rightarrow K r L = \theta r \Rightarrow \theta = K \cdot L \Rightarrow K = \frac{\theta}{L}$$

* De e) $C = -\frac{\mu K}{2}$. Reemplazando en (*)

$$-\frac{\mu K}{2} = \frac{135\sqrt{3} T}{2a^2(11a^2 + 135A)} = -\frac{\mu \vartheta}{2L}$$

$$\therefore \vartheta = \frac{-135\sqrt{3} T L}{\mu a^2(11a^2 + 135A)}$$

c) Para verificar que ψ resuelve el problema de valor de frontera, aparte de cumplirse la parte e), debe cumplirse que

$$\psi \neq 0 \text{ en } \partial\Omega$$

* Borde (1): $y = -\frac{a}{3}$, en ψ :

$$\psi = C \left(\cancel{x^2} + \left(-\frac{a}{3}\right)^2 - \frac{1}{a} \left(-\frac{a}{3}\right)^3 + \frac{3}{a} \cancel{x^2} \cdot \frac{-a}{3} + A \right) = 0$$

$$\Rightarrow A = -\frac{4a^2}{27}$$

* Para verificar que A es adecuado, lo reemplazamos en los otros bordes:

* Borde (2): $y(x) = -\sqrt{3}x + \frac{2a}{3}$

$$\begin{aligned} \psi &= C \left(x^2 + (-\sqrt{3}x + \frac{2a}{3})^2 - \frac{1}{a} (-\sqrt{3}x + \frac{2a}{3})^3 + \frac{3}{a} x^2 (-\sqrt{3}x + \frac{2a}{3}) \right) - \frac{4a}{27} \\ &= 0 // \end{aligned}$$

3

Borde (3): $\gamma(x) = \sqrt{3}x + \frac{2a}{3}$

$$\gamma = C \left(x^2 + \left(\sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \right)^2 - \frac{1}{a} \left(\sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \right)^3 + \frac{3}{2} x^2 \left(\sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \right) - \frac{4a^2}{27} \right)$$

$$= 0 //$$

d) Para maximizar T_{13} :

$$T_{13} = \frac{\partial \gamma}{\partial x} = C \left(2x - \frac{3\gamma^2}{a} + \frac{3x^2}{2} \right)$$

i) Es necesario encontrar el máximo de la función utilizando las derivadas parciales de la fn.

- Al derivar por x y por γ , obtenemos un pto (x_0, γ_0)

- Calculamos las segundas derivadas para saber si hay máximo en ese punto

$$\Rightarrow D = \frac{\partial^2 T_{13}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 T_{13}}{\partial \gamma^2} - \left(\frac{\partial^2 T_{13}}{\partial x \partial \gamma} \right)^2$$

Si $D < 0 \rightarrow$ El pto. es máximo o mínimo

$$\left. \begin{aligned} * \frac{\partial T_{13}}{\partial x} &= C \cdot \frac{6x}{a} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ * \frac{\partial T_{13}}{\partial \gamma} &= C \left(2 - \frac{6\gamma}{a} \right) \Rightarrow \gamma = \frac{a}{3} \end{aligned} \right\} (x_0, \gamma_0) = \left(0, \frac{a}{3} \right)$$

$$\frac{\partial^2 T_{13}}{\partial x^2} = \frac{6C}{a} \quad ; \quad \frac{\partial^2 T_{13}}{\partial y^2} = -\frac{6C}{a} \quad ; \quad \frac{\partial^2 T_{13}}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\therefore D = \frac{6C}{a} \cdot -\frac{6C}{a} - 0 = -\frac{36C^2}{a^2} < 0$$

$\Rightarrow (0, \frac{a}{3})$ es máximo.

ii) Es necesario evaluar en los bordes ya que puede ser que exista un valor mayor de T_{13} en ellos. En particular

$$T_{13}(0, \frac{a}{3}) = C \left(\frac{2a}{3} - \frac{3}{a} \left(\frac{a}{3} \right)^2 \right) = \frac{Ca}{3}$$

• Borde 1: $y = -\frac{a}{3}$; $-\frac{a}{\sqrt{3}} < x < \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} T_{13}(x) &= C \left(-\frac{2a}{3} - \frac{3}{a} \left(-\frac{a}{3} \right)^2 + \frac{3x^2}{a} \right) \\ &= C \left(-a + \frac{3x^2}{a} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{dT_{13}}{dx} = C \cdot \frac{6x}{a} = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\therefore T_{13}(0, -\frac{a}{3}) = C \left(-a + \frac{3 \cdot 0}{a} \right) = -Ca$$

• Se ve que en $(0, -\frac{a}{3})$ el valor del coef. de corte es mayor en módulo (físicamente relevante!)

• El nuevo punto máximo es $(0, -\frac{a}{3})$ con $T_{13}(0, -\frac{a}{3}) = -Ca$

Borde 2: $\gamma(x) = -\sqrt{3}x + \frac{2a}{3}$; $0 < x < \frac{a}{2\sqrt{3}}$

$$T_{13}(x) = C \left(2 \left(-\sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \right) - \frac{3}{a} \left(-\sqrt{3}x + \frac{2a}{3} \right)^2 + \frac{3x^2}{a} \right)$$

$$= C \left(2\sqrt{3}x - \frac{6x^2}{a} \right)$$

$$\frac{dT_{13}}{dx}(x) = C \left(2\sqrt{3} - \frac{12x}{a} \right) \equiv 0 \Rightarrow x = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow T_{13} \left(\frac{a}{2\sqrt{3}}, \gamma \right) = C \left(2\sqrt{3} \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}} - \frac{6}{a} \left(\frac{a}{2\sqrt{3}} \right)^2 \right) = \frac{Ca}{2}$$

↳ Est. de corte menor en módulo que el exterior

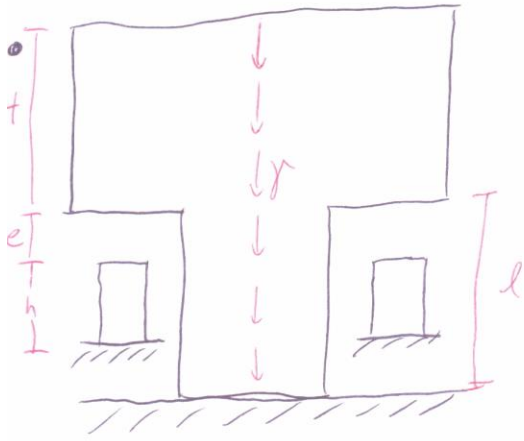
Borde 3: $\gamma(x) = \sqrt{3}x + \frac{2a}{3}$; $-\frac{a}{\sqrt{3}} < x < 0$

$$T_{13}(x) = -C \left(2\sqrt{3}x + \frac{6x^2}{a} \right)$$

$$\frac{dT_{13}}{dx}(x) = -C \left(2\sqrt{3} + \frac{12x}{a} \right) \Rightarrow x = -\frac{a}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow T_{13} \left(-\frac{a}{2\sqrt{3}}, \gamma \right) = \frac{Ca}{2} \text{ (Igual que el caso exterior)}$$

$\therefore T_{13}^{\max} = T_{13} \left(0, -\frac{a}{3} \right) = -C \cdot a$



$$\gamma = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$E = 10^{11} \text{ Pa}$$

$$l = 60 \text{ cm}$$

$$E_c = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

$$H = 80 \text{ cm}$$

$$A_c = 0,00028 \text{ m}^2$$

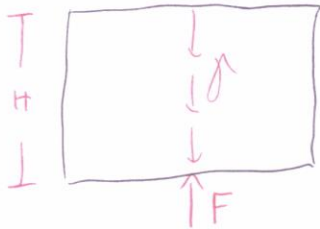
$$A_n = 0,003 \text{ m}^2$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

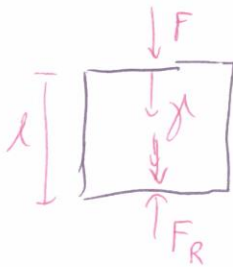
$$A_s = 0,013 \text{ m}^2$$

$$e = 1 \text{ mm}$$

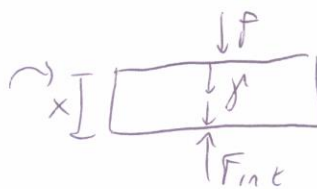
a) Para saber si hay contacto, se debe calcular cuánto se acorta la parte inferior. Cortamos en dos secciones



$$\Rightarrow F = \gamma \cdot H$$

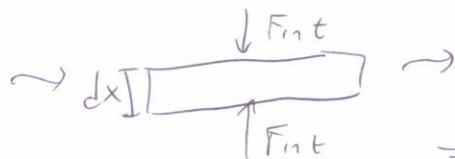


$\Rightarrow$ Para determinar el acortamiento, es necesario hacer un corte diferencial



$$\Rightarrow F_{int} = F + \gamma x = \gamma (H + x)$$

$$\sigma = \frac{F_{int}}{A_n} \quad \wedge \quad \epsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx}$$



$$\Rightarrow \frac{F_{int}}{A_n} = E \cdot \frac{\Delta(dx)}{dx}$$

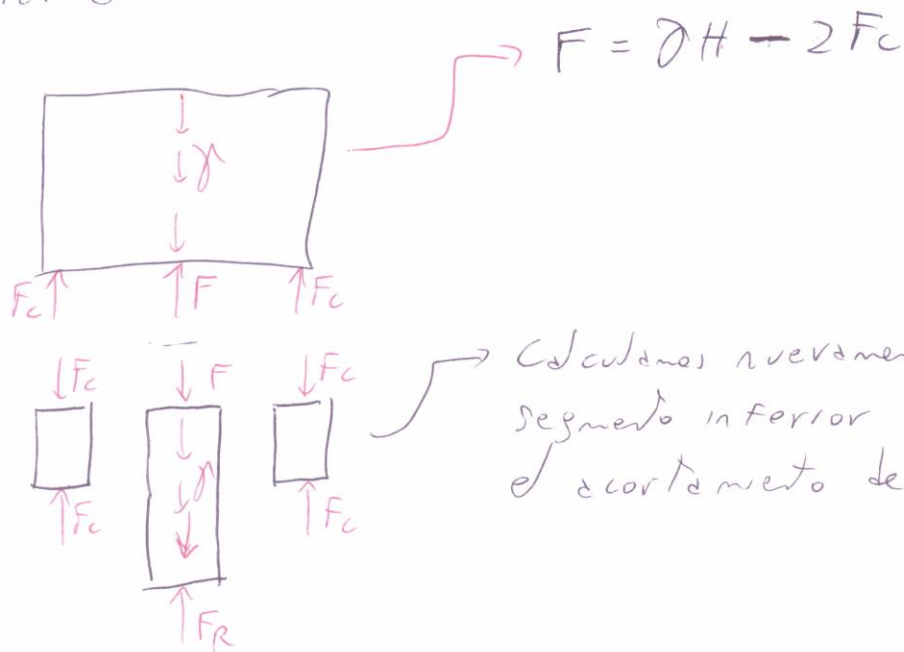
$\longrightarrow$
1

$$\Rightarrow \int \Delta(dx) = \int_0^l \frac{\gamma(H+x)}{A_n \cdot E} \cdot dx \quad /$$

$$\Delta l = \frac{\gamma}{2A_n E} (H+x)^2 \Big|_0^l \Rightarrow \boxed{\Delta l = \frac{\gamma l}{2A_n E} (2H+l)} \\ = 0,0044$$

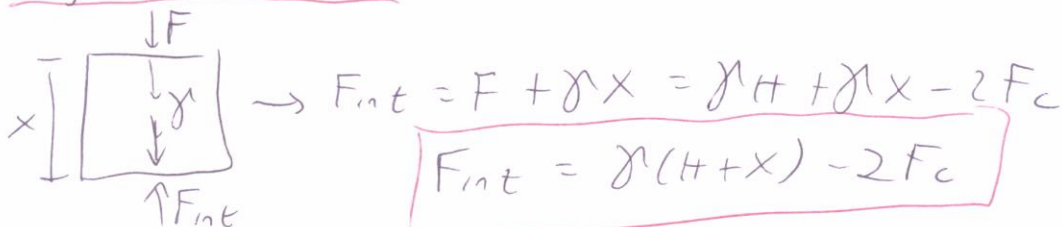
- El sistema hace contacto si $\Delta l \geq e$ y $e = 0,001$
 $\therefore$ Hay contacto //

b) El caso anterior se resolvía suponiendo que las columnas laterales no estaban. Como sabemos que hay contacto, hay que reformular el DCL:

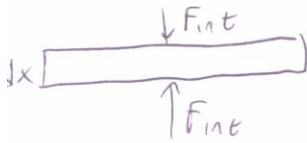


Calculamos nuevamente el acortamiento del segmento inferior y lo relacionamos con el acortamiento de las columnas

* Segmento inferior



$$\boxed{F_{int} = \gamma(H+x) - 2F_c}$$



$$\sigma = E \cdot \varepsilon \leadsto \frac{F_{int}}{A_n} = E \cdot \frac{\Delta l(dx)}{dx}$$

$$\Rightarrow \Delta l = \int_0^l \frac{(\gamma(H+x) - 2F_c)}{A_n E} dx$$

$$\Delta l = \frac{((2H+l)\gamma - 4F_c)l}{2A_n E} \quad (*)$$

* Columna



$$\Rightarrow \frac{F_c}{A_c} = E \cdot \frac{\Delta l_c}{h} \Rightarrow \Delta l_c = \frac{F_c \cdot h}{A_c E}$$

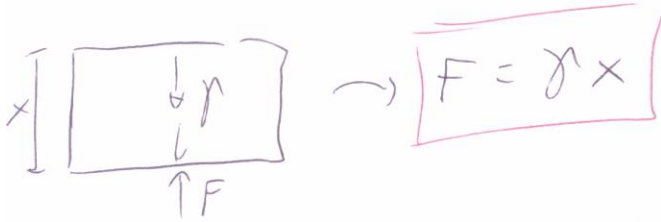
* Finalmente $\leadsto \Delta l = e + \Delta l_c$

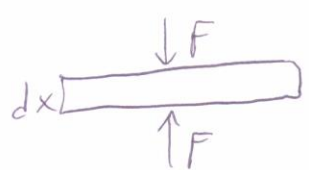
$$\frac{((2H+l)\gamma - 4F_c)l}{2A_n E} = e + \frac{F_c \cdot h}{A_c E}$$

$$\therefore F_c = \frac{A_c E_c (l(2H+l)\gamma - 2A_n e E)}{2A_n E h + 4A_c E_c l}$$

$$F_c = 262983 \text{ N}$$

-) El desplazamiento del extremo libre está dado por cuanto se acorta el segmento inferior y el superior. Reemplazando F_c en (*) en la parte exterior, se tiene $\Delta l = 0,00335 \text{ m}$. Calculando ΔH (Acortamiento extremo superior)

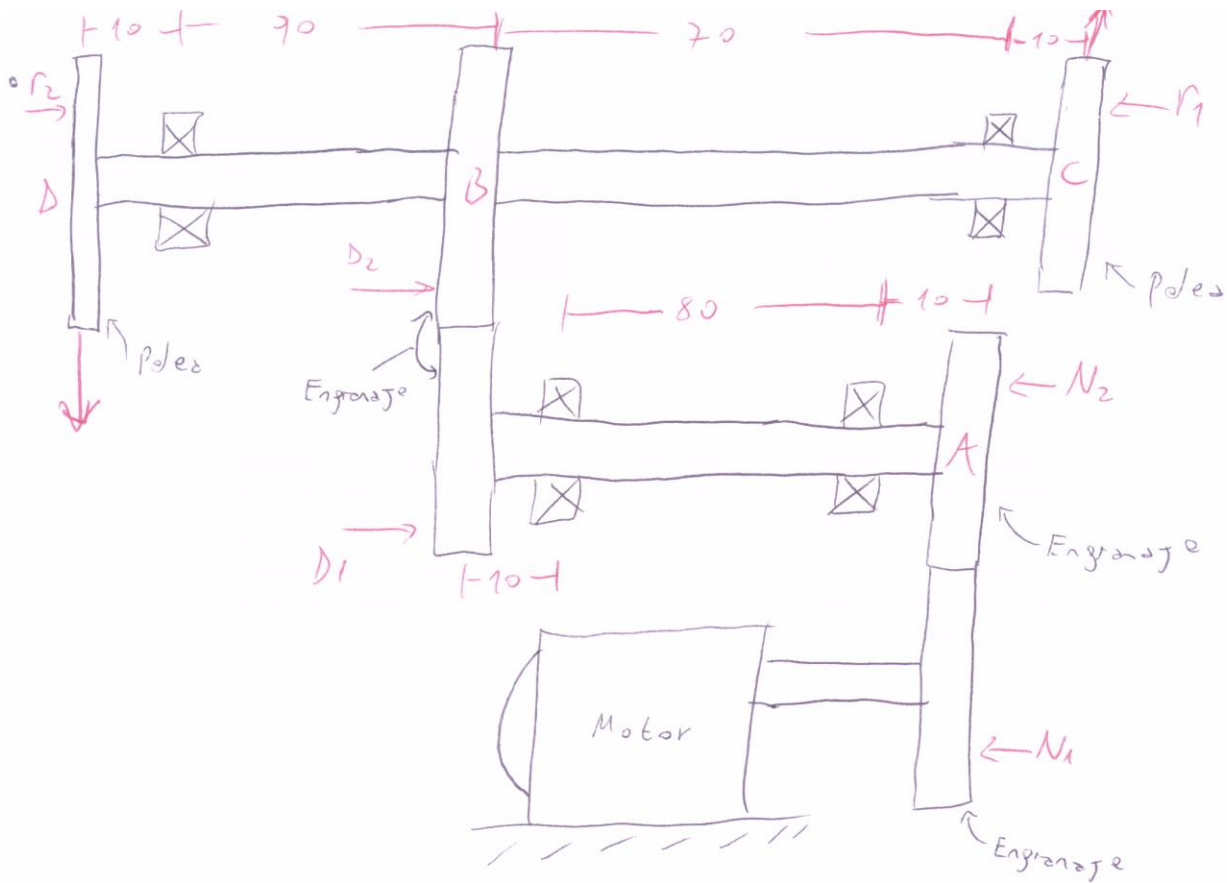




$$\rightarrow \Delta H = \int_0^H \frac{F}{A_s E} dx = \int_0^H \frac{\gamma}{A_s E} x dx$$

$$\Delta H = \frac{\gamma H^2}{2 A_s E}$$

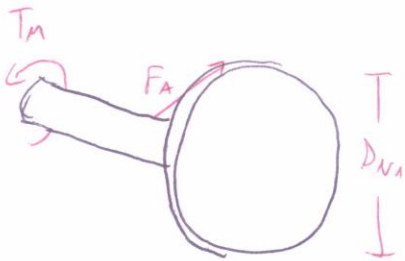
$$\therefore \text{Despl. total} = \Delta H + \Delta l = 0,0043 \text{ m}$$



a) Calculando la potencia en cada palea: $P_{mot} = 75 \text{ HP}$ $P_c = 35 \text{ HP}$
 $P_D = 40 \text{ HP}$ $\rightarrow$ Transformer & Wire!

* Desde el motor

$$P_M = T_M \cdot \omega_M \Rightarrow T_M = \frac{P_M}{\omega_M} = 531,06 \text{ Nm}$$



$$\sum T_x = 0 \Rightarrow T_M = \frac{F_A \cdot D_{M1}}{2}$$

$$\therefore F_A \approx \frac{2 T_M}{D_{M1}}$$

* Engranajes $N_1 - N_2$

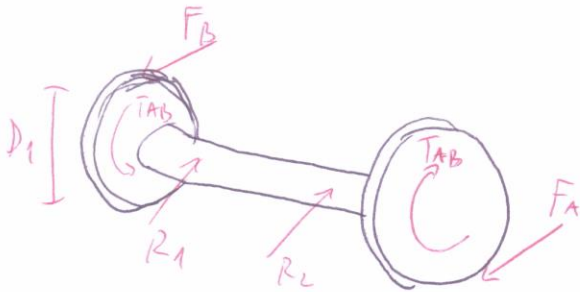


D_{N2} (Más pequeño) = 20 cm

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} D_{N1} &= N_1 \cdot P \\ D_{N2} &= N_2 \cdot P \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &P \text{ iguales} \\ &\frac{D_{N1}}{N_1} = \frac{D_{N2}}{N_2} \end{aligned}$$

$$\therefore D_{N1} = D_{N2} \cdot \frac{N_1}{N_2} = 40 \text{ cm}$$

* DCL A-D₁



$$\sum T_x = 0 \Rightarrow \frac{F_A \cdot D_{N2}}{2} = \frac{F_B \cdot D_1}{2}$$

$$\therefore F_B = F_A \cdot \frac{D_{N2}}{D_1} = \frac{2 T_M \cdot D_{N2}}{D_1 \cdot D_{N1}}$$

$$F_B = 5340,6 \text{ N}$$

→ El torque en AB se puede calcular como

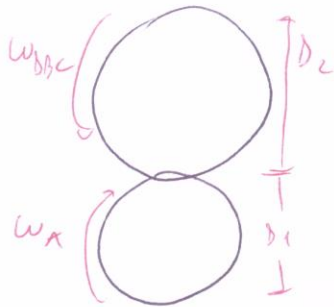
$$T_{AB} = F_A \cdot \frac{D_{N2}}{2} = F_B \cdot \frac{D_1}{2} = 267,03 \text{ N}\cdot\text{m}$$

→ Determinemos la velocidad angular de A-D₁ desde los engranes $N_1 - N_2$

$$D_{N1} \cdot \omega_{\text{mot}} = D_{N2} \cdot \omega_A \Rightarrow \omega_A = \omega_{\text{mot}} \cdot \frac{D_{N1}}{D_{N2}} = 209,44 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

* Es posible hacer DCL del eje DBC para determinar los torques en DB y en BC, pero es más simple determinar la velocidad angular del eje DBC y utilizar las potencias en las poleas D y C para encontrar los torques.

* Engrenajes D1-D2



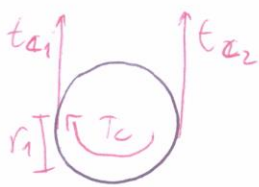
$$\Rightarrow \boxed{\omega_{DBC} = \omega_A \cdot \frac{D_1}{D_2} = 59,84 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

* Recordar que un eje se mueve a la misma velocidad angular aunque esté sometido a torques diferentes

$$\Rightarrow \boxed{T_C = \frac{P_C}{\omega_{DBC}} = 436,15 \text{ N}\cdot\text{m}} ; \boxed{T_D = \frac{P_D}{\omega_{DBC}} = 498,46 \text{ N}\cdot\text{m}}$$

b) Las poleas funcionan con dos tensiones, las cuales generan el torque:

* Polea C:



$$\frac{t_{c1}}{t_{c2}} = 2,5 \quad \wedge \quad T_C = (t_{c1} - t_{c2}) \cdot r_1 = (2,5 t_{c2} - t_{c2}) \cdot r_1$$

$$\therefore \boxed{t_{c2} = \frac{T_C}{1,5 r_1} = 2907,67 \text{ N}}$$

$$\boxed{t_{c1} = 2,5 t_{c2} = 7269,17 \text{ N}}$$

* Polea D



$$\frac{t_{D1}}{t_{D2}} = 2,5 \quad \wedge \quad T_D = (2,5 t_{D2} - t_{D2}) r_2$$



$$\Rightarrow t_{D2} = \frac{T_D}{1,5 r_2} = 2215,36 \text{ N}$$

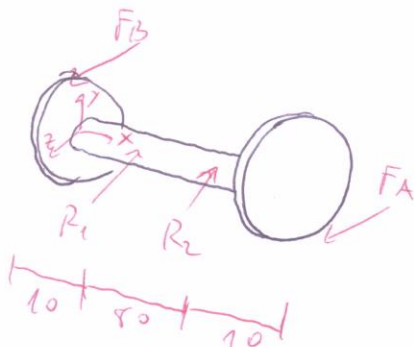
$$t_{D1} = 2,5 t_{D2} = 5538,41 \text{ N}$$

* Las fzas de contacto en los engranes ya fueron calculadas

$$F_B = 5340,6 \text{ N} \quad , \quad F_A = F_B \cdot \frac{D_1}{D_{N2}} = 2670,3 \text{ N}$$

c) Para obtener la distribución de momento en los ejes, es necesario determinar todas las reacciones (Los soportes tipo rodamiento generan fuerzas de reacción)

* DCL A-D1



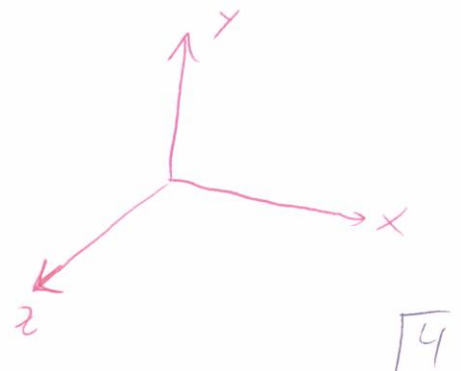
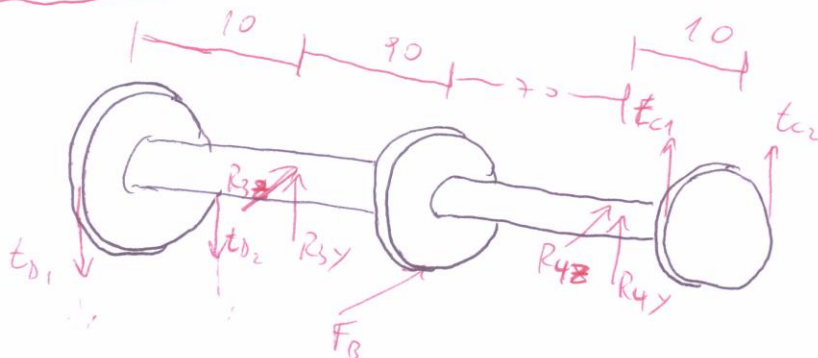
$$\sum_{R_1} M_y = 0 \Rightarrow 10 F_B + 80 R_2 - 90 F_A = 0$$

$$\therefore R_2 = 2336,52 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -F_B - F_A + R_1 + R_2 = 0$$

$$R_1 = 5674,38 \text{ N}$$

* DCL DBC:



$$\sum_{R_3} M_y = 0 \rightarrow 90 F_B + (90+70) R_{4z} = 0$$

$$R_{4z} = -3004,1 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow R_{3z} + F_B + R_{4z} = 0$$

$$R_{3z} = -2336,5 \text{ N}$$

$$\sum_{R_3} M_z = 0 \rightarrow (t_{01} + t_{02}) \cdot 10 + (90+70) \cdot R_{4y} + (t_{01} + t_{02}) \cdot (90+70+10) = 0$$

$$\therefore R_{4y} = -11297,5 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -(t_{01} + t_{02}) + R_{3y} + R_{4y} + (t_{01} + t_{02}) = 0$$

$$R_{3y} = 8874,43 \text{ N}$$

* En el eje A-D₁ sólo momento en Y, mientras que en el eje DBC hay momento en Y y en Z.

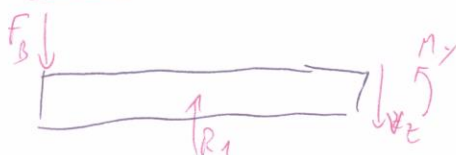
i) Eje A-D₁

$$0 < x < 10$$



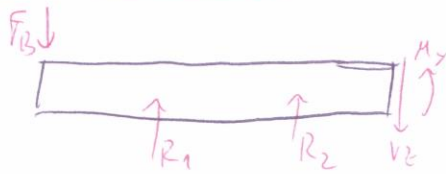
$$V_z = -F_B \quad ; \quad M_y = -F_B \cdot x$$

$$10 < x < 90$$



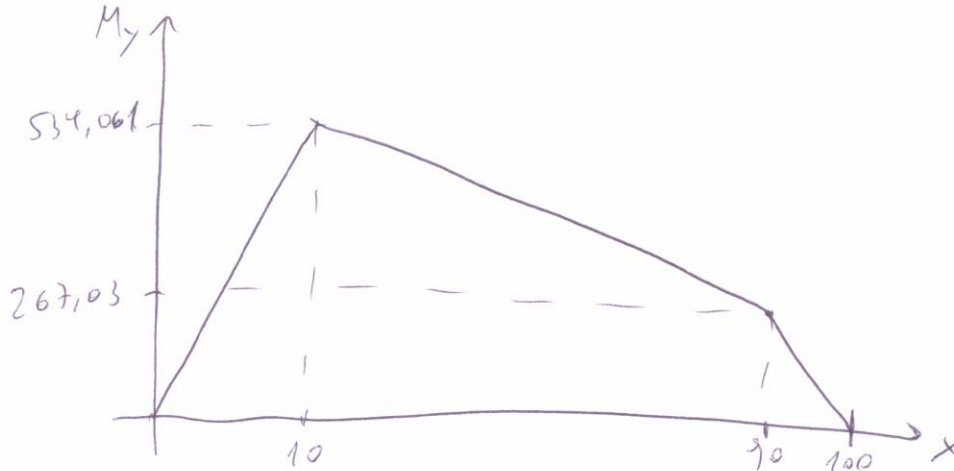
$$V_z = R_1 - F_B \quad ; \quad M_y = -F_B x + R_1(x - 10)$$

• $90 < X < 100$



$$V_z = R_1 + R_2 - F_B$$

$$M_y = -F_B X + R_1(X-10) + R_2(X-90)$$



ii) Eye DBC

• $0 < X < 10$



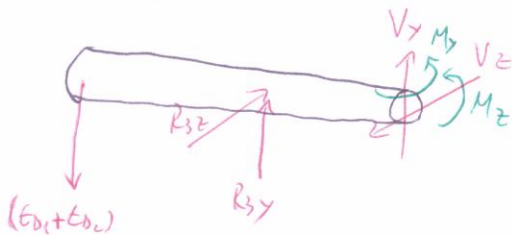
$$V_y = t_{D1} + t_{D2}$$

$$V_z = 0$$

$$M_y = 0$$

$$M_z = -(t_{D1} + t_{D2}) X$$

• $10 \leq X \leq 100$



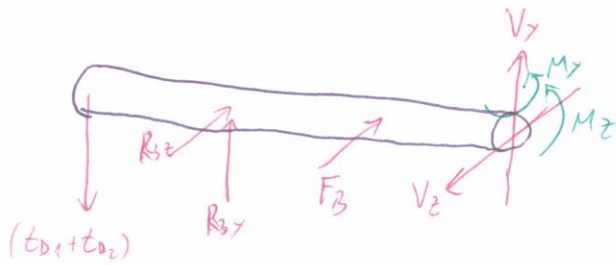
$$V_y = (t_{D1} + t_{D2}) - R_{3y}$$

$$V_z = R_{3z}$$

$$M_y = R_{3z}(X-10)$$

$$M_z = -(t_{D1} + t_{D2}) X + R_{3y}(X-10)$$

$100 < X < 170$



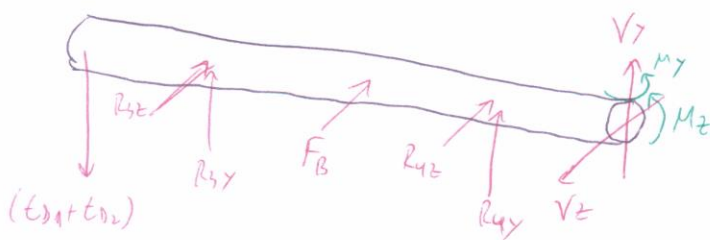
$$V_y = (t_{D1} + t_{D2}) - R_{3y}$$

$$V_z = R_{3z} + F_B$$

$$M_y = R_{3z}(X - 10) + F_B(X - 100)$$

$$M_z = -(t_{D1} + t_{D2})X + R_{3y}(X - 10)$$

$170 < X < 180$

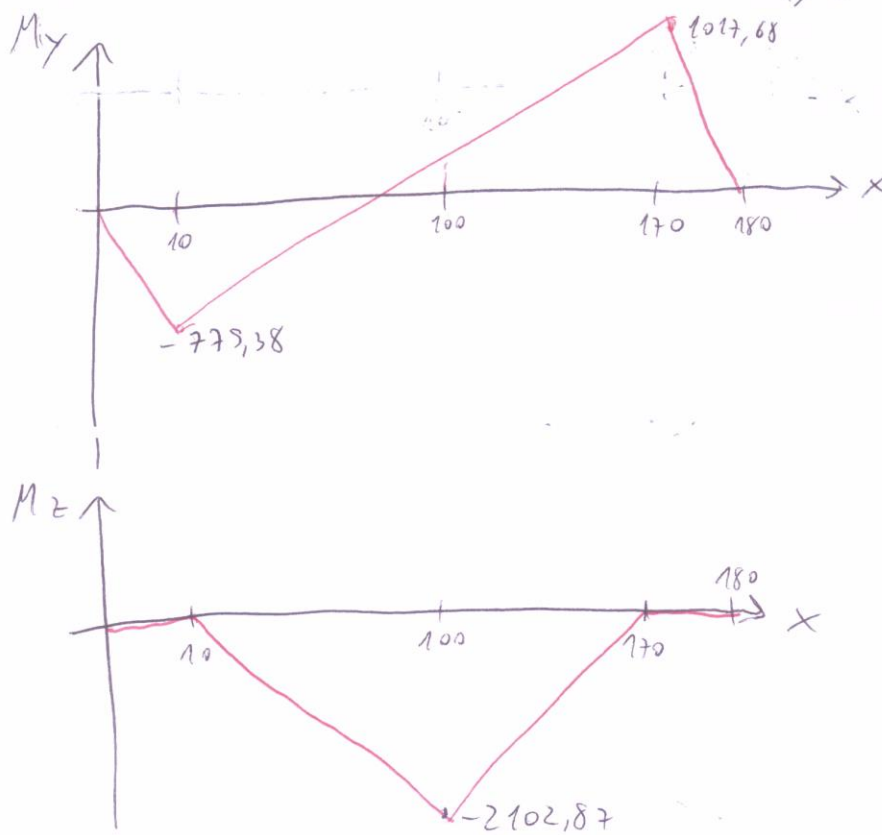


$$V_y = (t_{D1} + t_{D2}) - R_{3y} - R_{4y}$$

$$V_z = R_{3z} + F_B + R_{4z}$$

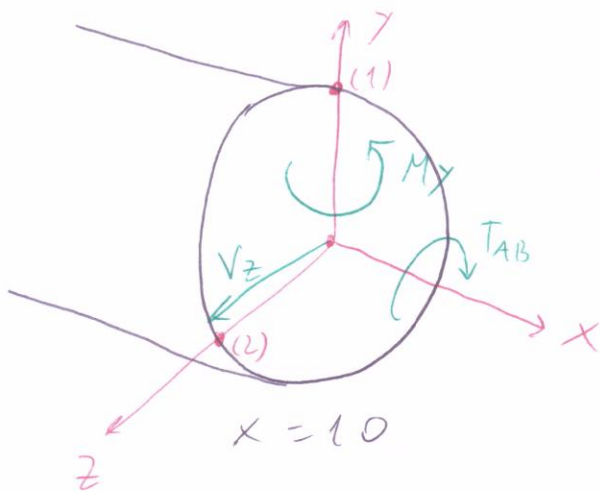
$$M_y = R_{3z}(X - 10) + F_B(X - 100) + R_{4z}(X - 170)$$

$$M_z = -(t_{D1} + t_{D2})X + R_{3y}(X - 10) + R_{4y}(X - 170)$$



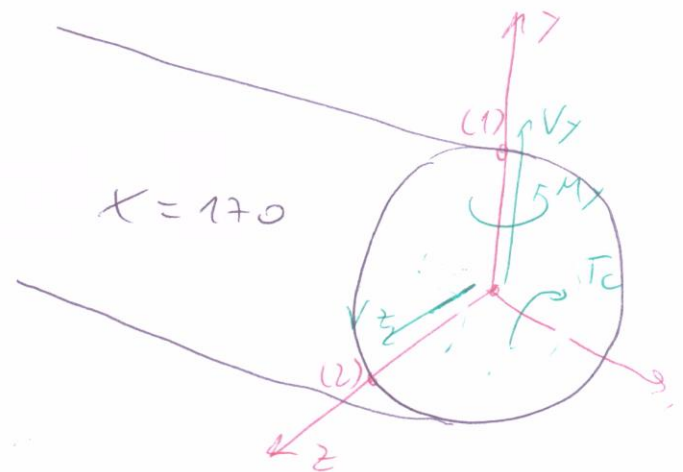
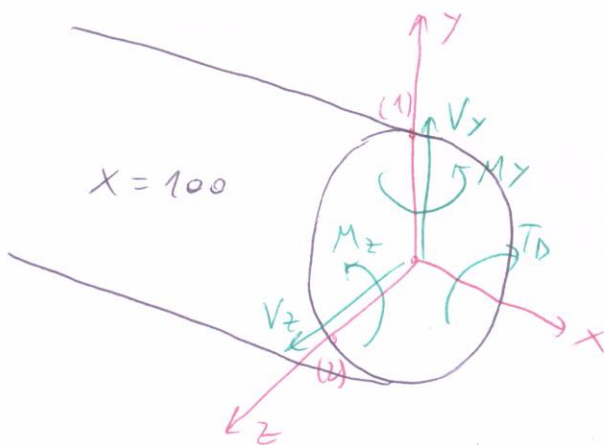
d) Se deben escoger los puntos de mayor sollicitación. Usualmente los puntos con mayor momento flector generan una mayor sollicitación:

i) Eje A-D₁: El momento flector máximo se da en $X=10$ ($534,06 \text{ N}\cdot\text{m}$).
Luego, escogemos ese punto para el análisis



$$\begin{aligned} M_y &= 534,06 \text{ N}\cdot\text{m} \\ T_{AB} &= 267,03 \text{ N}\cdot\text{m} \\ V_z &= 5340,61 \text{ N} \end{aligned}$$

ii) Eje DBC: El momento máximo en Y se ubica en un punto diferente al momento máximo en Z . Luego, escogemos dos cortes, uno para el eje DB y otro para el eje BC, pero tratando el eje como uno sólo, es decir:



X = 100:

$$\hookrightarrow M_z = 233,22 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_y = -2102,87 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$V_y = -1120,66 \text{ N}$$

$$V_z = -2336,52 \text{ N}$$

$$T_D = 498,46 \text{ N}\cdot\text{m}$$

X = 170

$$\hookrightarrow M_z = 0$$

$$M_y = 1017,68 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$V_y = -1120,66 \text{ N}$$

$$V_z = 3004,09 \text{ N}$$

$$T_C = 436,15 \text{ N}\cdot\text{m}$$

e). Eje A-D₁

i) Pto 1: * Est. de corte τ_{xz} por torsión T_{AB}

$$\tau_{xz} = - \frac{T_{AB} \cdot \left(\frac{d_A}{2}\right)}{\frac{\pi d_A^4}{32}} = - \frac{16 T_{AB}}{\pi d_A^3}$$

* Est. de corte τ_{xz} por fza. de corte V_z

$$\tau_{xz} = \frac{V_z}{I_z \cdot t} \int_z y dA = \frac{16}{3\pi} \frac{V_z}{d_A^3}$$

ii) Pto 2: * Est. de corte τ_{xy} por torsión T_{AB}

$$\tau_{xy} = \frac{16 T_{AB}}{d_A^3}$$

* Est. normal por flexión M_y

$$\sigma_x = \frac{M_y}{\frac{\pi d_A^4}{64}} \cdot \frac{d_A}{2} = \frac{32 M_y}{\pi d_A^3}$$

• Eje ABC

I) $x = 100 \text{ cm}$

i) Pto 1: * Esf. de corte τ_{xz} por torsión T_D

$$\tau_{xz} = -\frac{16 T_D}{\pi d_{DB}^3}$$

* Esf. de corte τ_{xz} por fza. de corte V_z

$$\tau_{xz} = \frac{16}{3\pi} \frac{V_z}{d_{DB}^3}$$

* Esf. normal por flexión M_z

$$\sigma_x = -\frac{32 M_z}{\pi d_{DB}^3}$$

ii) Pto 2: * Esf. de corte τ_{xy} por torsión T_D

$$\tau_{xy} = \frac{16 T_D}{\pi d_{DB}^3}$$

* Esf. de corte τ_{xy} por fza. de corte V_y

$$\tau_{xy} = \frac{16}{3\pi} \frac{V_y}{d_{DB}^3}$$

* Esf. normal por flexión M_y

$$\sigma_x = \frac{32 M_y}{\pi d_{DB}^3}$$

II) $X = 170 \text{ cm}$

i) Pro 1: * Estf. de corte τ_{xz} por torsión T_c

$$\tau_{xz} = - \frac{16 T_c}{\pi d_{BC}^3}$$

* Estf. de corte τ_{xz} por fte. de corte V_z

$$\tau_{xz} = \frac{16}{3\pi} \frac{V_z}{d_{BC}^3}$$

ii) Pro 2: * Estf. de corte por torsión T_c

$$\tau_{xy} = \frac{16 T_c}{\pi d_{BC}^3}$$

* Estf. de corte por fte. de corte V_y

$$\tau_{xy} = \frac{16}{3\pi} \frac{V_y}{d_{BC}^3}$$

* Estf. normal por flexión M_y :

$$\sigma_x = \frac{32 M_y}{\pi d_{BC}^3}$$

* Resumiendo:

• Eje A-D1:

$$\underline{\text{Pto 1}} \rightarrow \tau_{xz} = \frac{1}{J_A^3} \left(\overbrace{\frac{16}{3\pi} V_z - \frac{16}{\pi} T_{AB}}^{K_1} \right)$$

$$\underline{\text{Pto 2}} \rightarrow \tau_{xy} = \frac{16 T_{AB}}{\pi J_A^3} \quad \wedge \quad \sigma_x = \frac{32 M_y}{\pi J_A^3}$$

K_2 K_3

Eje DB:

$$\underline{\text{Pto 1}} \rightarrow \tau_{xz} = \frac{1}{J_{DB}^3} \left(\overbrace{\frac{16}{3\pi} V_z - \frac{16}{\pi} T_D}^{K_4} \right) \quad \wedge \quad \sigma_x = \frac{-32}{\pi} \frac{M_z}{J_{DB}^3}$$

K_5

$$\underline{\text{Pto 2}} \rightarrow \tau_{xy} = \frac{1}{J_{DB}^3} \left(\overbrace{\frac{16}{3\pi} V_y + \frac{16}{\pi} T_D}^{K_6} \right) \quad \wedge \quad \sigma_x = \frac{32}{\pi} \frac{M_y}{J_{DB}^3}$$

K_7

• Eje BC:

$$\underline{\text{Pto 1}} \rightarrow \tau_{xz} = \frac{1}{J_{BC}^3} \left(\overbrace{\frac{16}{3\pi} V_z + \frac{16}{\pi} T_C}^{K_8} \right)$$

$$\underline{\text{Pto 2}} \rightarrow \tau_{xy} = \frac{1}{J_{BC}^3} \left(\overbrace{\frac{16}{3\pi} V_y + \frac{16}{\pi} T_C}^{K_9} \right) \quad \wedge \quad \sigma_x = \frac{32}{\pi} \frac{M_y}{J_{BC}^3}$$

K_{10}

f) Calculando los e.s.f. principales de cada una de las secciones.

• Eje A-D₁:

Pto 1: $\sigma_1 = \frac{1}{J_A^3} K_1$; $\sigma_2 = -\frac{1}{J_A^3} K_1$

Pto 2: $\sigma_1 = \frac{K_3}{J_A^3} + \sqrt{\frac{K_3^2}{J_A^6} + \frac{K_2^2}{J_A^6}} = \frac{1}{J_A^3} \left(K_3 + \sqrt{K_3^2 + K_2^2} \right)$

$\sigma_2 = \frac{1}{J_A^3} \left(K_3 - \sqrt{K_3^2 + K_2^2} \right)$

• Eje DB:

Pto 1: $\sigma_1 = \frac{1}{J_{DB}^3} \left(K_5 + \sqrt{K_5^2 + K_4^2} \right)$; $\sigma_2 = \frac{1}{J_{DB}^3} \left(K_5 - \sqrt{K_5^2 + K_4^2} \right)$

Pto 2: $\sigma_1 = \frac{1}{J_{DB}^3} \left(K_7 + \sqrt{K_7^2 + K_6^2} \right)$; $\sigma_2 = \frac{1}{J_{DB}^3} \left(K_7 - \sqrt{K_7^2 + K_6^2} \right)$

• Eje ~~BE~~:

Pto 1: $\sigma_1 = \frac{1}{J_{BC}^3} K_8$; $\sigma_2 = -\frac{1}{J_{BC}^3} K_8$

Pto 2: $\sigma_1 = \frac{1}{J_{BC}^3} \left(K_{10} + \sqrt{K_{10}^2 + K_9^2} \right)$; $\sigma_2 = \frac{1}{J_{BC}^3} \left(K_{10} - \sqrt{K_{10}^2 + K_9^2} \right)$

*Calculando el esf. de Von Mises:

• Eje A-D₁:

$$\text{Pto 1: } \sigma_{vm} = \sqrt{\frac{1}{d_A^6} K_1^2 + \frac{1}{d_A^6} K_1^2 + \frac{1}{d_A^3} K_1 - \frac{1}{d_A^3} K_1}$$

$$\sigma_{vm} = \frac{1}{d_A^3} K_1 \sqrt{3}$$

$$\text{Pto 2: } \sigma_{vm} = \frac{1}{d_A^3} \left(\left((K_3 + \sqrt{K_3^2 + K_2^2})^2 + (K_3 - \sqrt{K_3^2 + K_2^2})^2 - (K_3 + \sqrt{K_3^2 + K_2^2})(K_3 - \sqrt{K_3^2 + K_2^2}) \right)^{1/2} \right)$$

$$\sigma_{vm} = \frac{1}{d_A^3} \sqrt{4K_3^2 + 3K_2^2}$$

• Eje DB:

$$\text{Pto 1: } \sigma_{vm} = \frac{1}{d_{DB}^3} \sqrt{4K_5^2 + 3K_4^2}$$

$$\text{Pto 2: } \sigma_{vm} = \frac{1}{d_{DB}^3} \sqrt{4K_7^2 + 3K_6^2}$$

• Eje BC

$$\text{Pto 1: } \frac{1}{d_{BC}^3} K_8 \sqrt{3}$$

$$\text{Pto 2: } \frac{1}{d_{BC}^3} \sqrt{4K_{10}^2 + 3K_9^2}$$

* Finalmente aplicamos el criterio de falla de Von Mises:

$$\sigma_{vm} = \frac{\sigma_o}{F.S}$$

• Eje A-D1:

$$P_{t0.1} \leadsto \frac{1}{d_A^3} K_1 \sqrt{3} = \frac{\sigma_o}{F.S} \Rightarrow d_A^{(1)} = \sqrt[3]{\frac{K_1 \sqrt{3} F.S}{\sigma_o}}$$

$$P_{t0.2} \leadsto d_A^{(2)} = \sqrt[3]{\frac{F.S}{\sigma_o} \sqrt{4K_3^2 + 3K_2^2}}$$

• Eje DB:

$$P_{t0.1} \leadsto d_{DB}^{(1)} = \sqrt[3]{\frac{F.S}{\sigma_o} \sqrt{4K_5^2 + 3K_4^2}}$$

$$P_{t0.2} \leadsto d_{DB}^{(2)} = \sqrt[3]{\frac{F.S}{\sigma_o} \sqrt{4K_7^2 + 3K_6^2}}$$

• Eje BC:

$$P_{t0.1} \leadsto d_{BC}^{(1)} = \sqrt[3]{\frac{K_8 \sqrt{3} F.S}{\sigma_o}}$$

$$P_{t0.2} \leadsto d_{BC}^{(2)} = \sqrt[3]{\frac{F.S}{\sigma_o} \sqrt{4K_{10}^2 + 3K_9^2}}$$

* Calculando las constantes: (Puede haber error!!!)

$$K_1 = 7706,53$$

$$K_2 = 1380$$

$$K_3 = 5440$$

$$K_4 = -6505,24$$

$$K_5 = -2375,86$$

$$K_6 = 636,14$$

$$K_7 = -21419,66$$

$$K_8 = 2878,61$$

$$K_9 = 318,8$$

$$K_{10} = 10366$$

$$\left. \begin{array}{l} d_A^{(1)} = 3,93 \text{ cm} \\ d_A^{(2)} = 3,7 \text{ cm} \end{array} \right\} d_A = 3,93 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_{DB}^{(1)} = 3,81 \text{ cm} \\ d_{DB}^{(2)} = 5,79 \text{ cm} \end{array} \right\} d_{DB} = 5,79 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} d_{BC}^{(1)} = 2,83 \text{ cm} \\ d_{BC}^{(2)} = 4,55 \text{ cm} \end{array} \right\} d_{BC} = 4,55 \text{ cm}$$