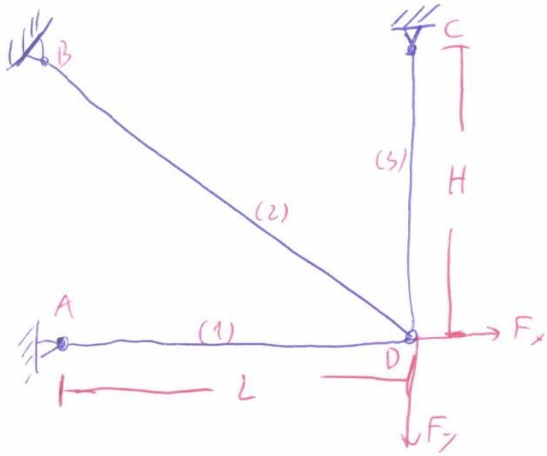
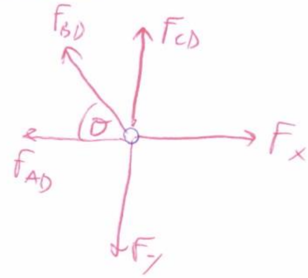


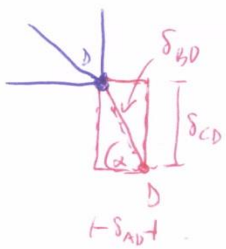

* DCL en D




$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{F_{AD} + F_{BD}\cos\theta = F_x}$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \boxed{F_{CD} + F_{BD}\operatorname{sen}\theta = F_y} \quad (*)$$

Geometría $\Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 0{,}644$ rad

* Supongamos una posición final dada para D:




$$\Rightarrow \begin{cases} \delta_{CD} = \delta_{BD}\cdot\operatorname{sen}\alpha \\ \delta_{AB} = \delta_{BD}\cdot\cos\alpha \end{cases} \quad // \quad L_{CD} = H,\ L_{AD} = L,\quad L_{BD} = \sqrt{H^2 + L^2}$$

* Ley de Hooke $\rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = \frac{\Delta l}{l_0}E = \varepsilon E \Rightarrow F = AE\frac{\Delta l}{l_0}$

$$\Rightarrow \boxed{F_{CD} = AE\frac{\delta_{CD}}{L_{CD}} = \frac{AE}{L_{CD}}\delta_{BD}\operatorname{sen}\alpha}$$

$$\boxed{F_{AD} = AE\frac{\delta_{AD}}{L_{AD}} = \frac{AE}{L_{AD}}\delta_{BD}\cos\alpha} \quad (**)$$

$$\boxed{F_{BD} = AE\frac{\delta_{BD}}{L_{BD}}}$$

* Reemplazando (* *) en (*)

$$\delta_{BD} E A \left( \frac{\cos\alpha}{L_{AD}} + \frac{\cos\theta}{L_{BD}} \right) = F_x \quad (+)$$

$$\delta_{BD} E A \left( \frac{\operatorname{Sen}\alpha}{L_{CD}} + \frac{\operatorname{Sen}\theta}{L_{BD}} \right) = F_y \quad (++)$$

* Despejando $\delta_{BD}$ de (+)

$$\delta_{BD} = \frac{F_x}{EA \left( \frac{\cos\alpha}{L_{AD}} + \frac{\cos\theta}{L_{BD}} \right)} \quad (\star)$$

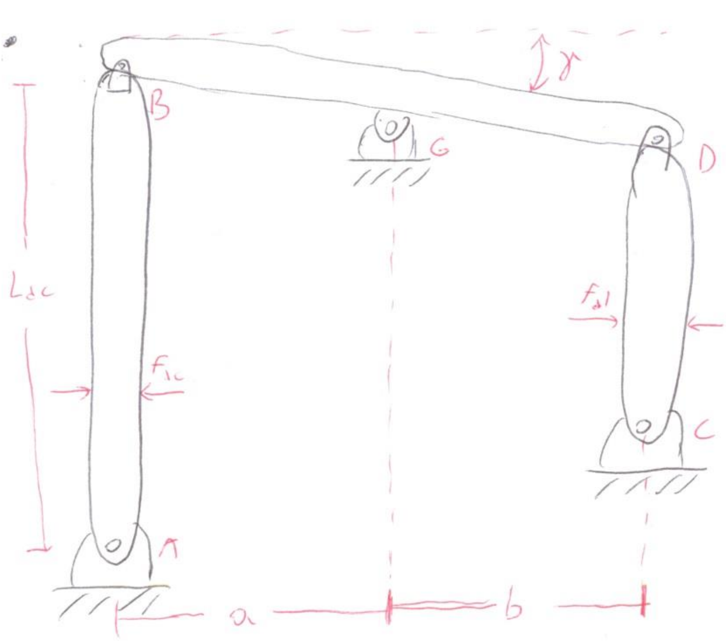
* Reemplazando en (+ +)

$$\frac{F_x}{\left( \frac{\cos\alpha}{L_{AD}} + \frac{\cos\theta}{L_{BD}} \right)} \left( \frac{\operatorname{Sen}\alpha}{L_{CD}} + \frac{\operatorname{Sen}\theta}{L_{BD}} \right) = F_y$$

$$\boxed{\therefore \operatorname{Sen}\alpha - \left( \frac{L_{CD}}{L_{AD}} \frac{F_y}{F_x} \right) \cos\alpha = \frac{F_y \cos\theta - F_x \operatorname{Sen}\theta}{L_{BD}}}$$

↳ Se tiene una ecuación no lineal para $\alpha$

$$\begin{array}{rl} \rightsquigarrow & \alpha = 0,295 \text{ rad} \\ (\text{en } \star) \rightsquigarrow & \delta_{BD} = 0,0047 \text{ m} \\ (\text{en } **) \rightsquigarrow & F_{CD} = 8073,44 \text{ N} \\ & F_{AD} = 24097,9 \text{ N} \\ & F_{BD} = 19877,6 \text{ N} \end{array}$$




* Deformación térmica

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta T$$

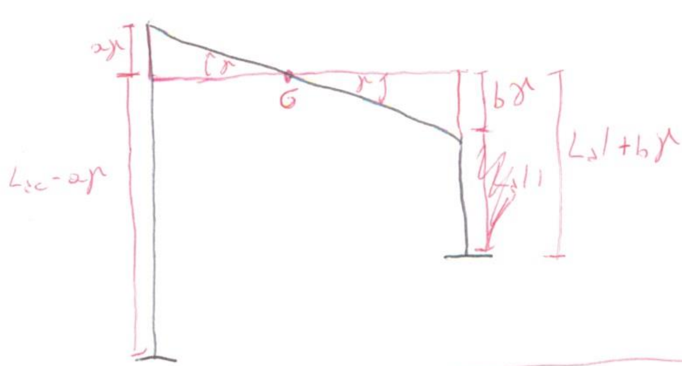
$$\downarrow$$

$$\frac{l_f - l_o}{l_o}$$

* Para que BGD quede horizontal, el acero debe acortarse y el aluminio alargarse, sin embargo ambas se alargan producto de $\Delta T$ ⇒ Utilizaremos pplo. de superposición
  - → Asumimos que ambas barras se alargan térmicamente
  - → Calculamos la def. elástica necesaria para que BGD quede horizontal

* Por def. térmica : 
$$\left.\begin{aligned} L_{ac}^{f} &= L_{ac}(1 + \alpha_{ac}\Delta T) \\ L_{al}^{f} &= L_{al}(1 + \alpha_{al}\Delta T) \end{aligned}\right\} (*)$$

* Ahora supongamos que las barras se han alargado más de lo necesario, pero como BGD es rígido, deben acortarse un poco:




- Estado inicial luego de def. térmica
$$(L_{ac}^{f}), (L_{al}^{f})$$

- Estado final luego de def. elástica restitutiva
$$(L_{ac} - a\gamma), (L_{al} + b\gamma)$$

$$\therefore \quad \varepsilon = \frac{l_f - l_i}{l_i} \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon_{ac} = \frac{L_{ac}^{f} - (L_{ac} - a\gamma)}{L_{ac}^{f}} \ \wedge \ \varepsilon_{al} = \frac{L_{al}^{f} - (L_{al} + b\gamma)}{L_{al}^{f}}}$$

· Aplicando Ley de Hooke

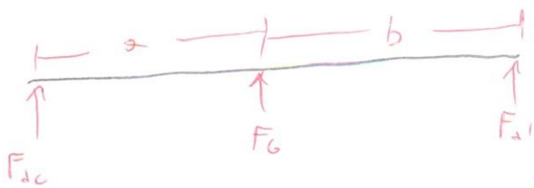
$$\frac{\sigma_{ac}}{E_{ac}} = \frac{F_{ac}}{A_{ac}E_{ac}} = \frac{L_{ac}^{f} - L_{ac} + a\gamma}{L_{ac}^{f}}$$

$$\frac{\sigma_{al}}{E_{al}} = \frac{F_{al}}{A_{al}E_{al}} = \frac{L_{al}^{f} - L_{al} - b\gamma}{L_{al}^{f}}$$

· Aplicando ✱ y despejando $F_i$:

$$\boxed{\begin{aligned} F_{ac} &= A_{ac}E_{ac}\left(\frac{L_{ac}(1+\alpha_{ac}\Delta T) - L_{ac} + a\gamma}{L_{ac}(1+\alpha_{ac}\Delta T)}\right) \\ F_{al} &= A_{al}E_{al}\left(\frac{L_{al}(1+\alpha_{al}\Delta T) - L_{al} - b\gamma}{L_{al}(1+\alpha_{al}\Delta T)}\right) \end{aligned}} \quad (☆)$$

· ¿Qué falta? ⇒ DCL en barra BGD




$$\sum_G M_z = 0 \Rightarrow \boxed{F_{ac}\cdot a = F_{al}\cdot b} \quad (\perp)$$

· Aplicando (☆) en ($\perp$), obtendremos una expresión para $\Delta T$:

$$A\Delta T^2 + B\Delta T + C = 0$$

$* \; A = \alpha_{al}\alpha_{ac}L_{ac}L_{al}(aA_{ac}E_{ac} - bA_{al}E_{al})$

$* \; B = [aA_{ac}E_{al}L_{al}(L_{ac}\alpha_{ac} + a\gamma\alpha_{al}) + bA_{al}E_{al}L_{ac}(L_{al}\alpha_{al} - b\gamma\alpha_{ac})]$

$* \; C = \gamma[a^2A_{ac}E_{ac}L_{al} + b^2A_{al}E_{al}L_{ac}]$

· Resolviendo el sistema:

$$\Delta T = 91{,}2^\circ \checkmark \quad ó \quad 32882^\circ \times \Rightarrow \boxed{\Delta T = 91{,}2^\circ}$$

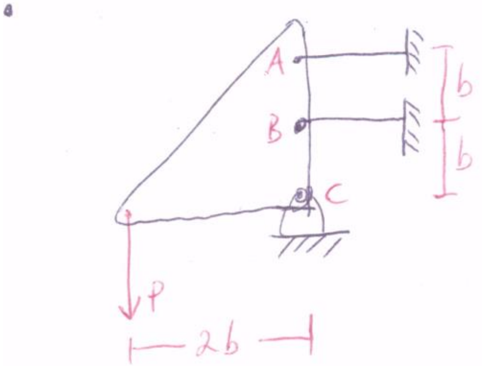
b) Reemplazando el valor obtenido de $\Delta T$ en ☆

$$F_{dl} = 3197{,}55\ N$$
$$F_{dc} = 6395{,}11\ N$$

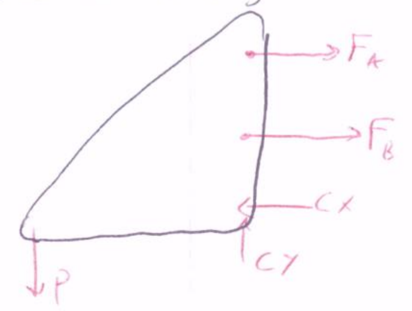
*Calculando las cargas críticas:

* $P_{cr}^{dc} = \dfrac{\pi^2}{L_{dc}^2} E_{dc} \cdot \dfrac{f_{dc}^3 \cdot e_{dc}}{12} = 2229{,}37\ N$ ⇝ Falla por pandeo

* $P_{cr}^{dl} = \dfrac{\pi^2}{L_{dl}^2} E_{dl} \cdot \dfrac{f_{dl}^3 \cdot e_{dl}}{12} = 973{,}266\ N$ ⇝ Falla por pandeo



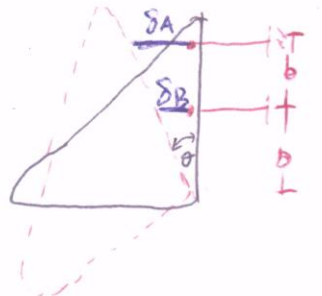

a) * DCL marco rígido




$$\sum_C M_t = 0 \sim 2bP - bF_B - 2bF_A = 0$$

$$\boxed{\therefore 2P = F_B + 2F_A} \ (*)$$

* Determinamos alargamiento en ~~pasadores~~ alambres (Rég. def. => No hay giro de los alambres!)




$$\Rightarrow \quad \delta_B = b\theta \ \wedge \ \delta_A = 2b\theta$$

$$\Downarrow$$

$$\varepsilon_B = \frac{b\theta}{\ell} \ \wedge \ \varepsilon_A = \frac{2b\theta}{\ell} \Bigg/ \ \ell = \text{Largo inicial}$$

* Ley de Hooke: $\sigma = E \cdot \varepsilon \sim \frac{F}{A} = E \cdot \varepsilon$

A] $\frac{F_A}{A} = E\varepsilon_A \sim \boxed{F_A = AE \cdot \frac{2b\theta}{\ell}}$ $\Rightarrow$ $\ell = \frac{2AEb\theta}{F_A}$

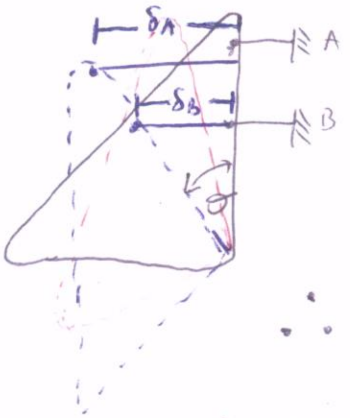
B] $\frac{F_B}{A} = E\varepsilon_B \sim \boxed{F_B = A \cdot E \cdot \frac{b\theta}{\ell}}$ $\quad \ell = \frac{AEb\theta}{F_B}$ $=$

$$\Rightarrow \frac{2\cancel{AEb\theta}}{F_A} = \frac{\cancel{AEb\theta}}{F_B} \Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{2} = F_B} \ (☆)$$

* Reemplazando ☆ en el DCL (*)

$$2P = F_B + 2F_A = \frac{F_A}{2} + 2F_A \Rightarrow \therefore \boxed{F_A = \frac{4}{5}P = 400\,lb} \quad \boxed{F_B = \frac{2}{5}P = 200\,lb}$$

b) El balance hecho en a) es válido, pero ahora es necesario acoplar una deformación térmica (Acoplamiento debido a peq. def.)




* Como en a) $\rightsquigarrow \delta_A = 2b\theta \wedge \delta_B = b\theta$

* Pero $\delta_A$ y $\delta_B$ es la suma de la def. mecánica y la def. térmica

$\hookrightarrow \varepsilon_T = \alpha \Delta T \Rightarrow \delta_T = \alpha \Delta T \ell$ (Def. térmica no depende de las fzas aplicadas, por lo que es igual para ambos alambres)

$\therefore \delta_A = \delta_{MA} + \delta_T$

↖ Def. debido a esfuerzos mecánicos

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{A|}\quad 2b\theta &= \delta_{MA} + \alpha \Delta T \ell \\ \underline{B|}\quad b\theta &= \delta_{MB} + \alpha \Delta T \ell \end{aligned}} \quad (*)$$

*La deformación mecánica se puede calcular mediante Ley de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \rightsquigarrow \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\delta}{\ell} \Rightarrow \delta = \frac{F \cdot \ell}{AE}$$

$$\boxed{\therefore \delta_{MA} = \frac{F_A \cdot \ell}{AE} \quad \wedge \quad \delta_{MB} = \frac{F_B\ \ell}{AE}} \quad (**)$$

* Aplicando (**) en (*)

$$2b\theta = \frac{F_A \ell}{AE} + \alpha \Delta T \ell \quad \wedge \quad b\theta = \frac{F_B \ell}{AE} + \alpha \Delta T \cdot \ell$$

$$\therefore \ell = \frac{2b\theta}{\frac{F_A}{AE} + \alpha \Delta T} \quad \wedge \quad \ell = \frac{b\theta}{\frac{F_B}{AE} + \alpha \Delta T}$$

$=$

$$\frac{2\cancel{b\theta}}{\frac{F_A}{AE} + \alpha \Delta T} = \frac{\cancel{b\theta}}{\frac{F_B}{AE} + \alpha \Delta T}$$

$$\boxed{\therefore F_B = \frac{1}{2} F_A - \frac{\alpha \Delta T A E}{2}} \quad (\star)$$

* Reemplazando ☆ en el DCL de la parte a)

$$2P = F_B + 2F_A = \frac{F_A}{2} - \frac{\alpha \Delta T A E}{2} + 2F_A$$

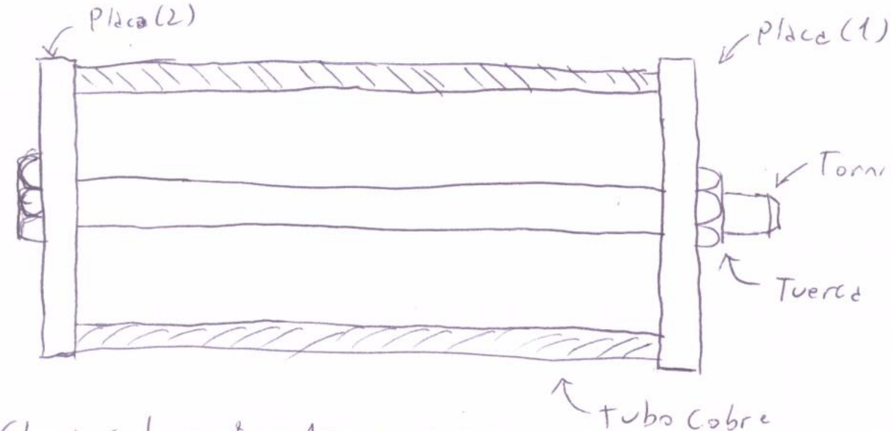
$$2P + \frac{\alpha \Delta T A E}{2} = \frac{5}{2} F_A \Rightarrow \therefore \boxed{F_A = \frac{4P}{5} + \frac{\alpha \Delta T A E}{5}}$$

$$\boxed{F_B = \frac{2P}{5} - \frac{2}{5} \alpha \Delta T A E} \quad (☆☆)$$

$$\boxed{F_A = 454 \text{ lbf} \wedge F_B = 92 \text{ lbf}}$$

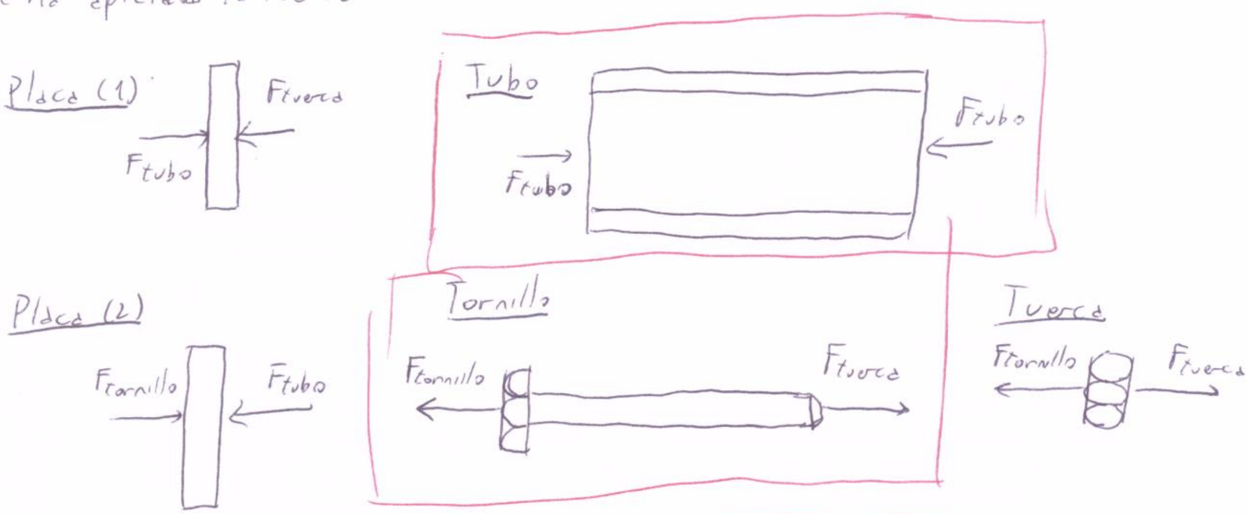
c) Cuando el alambre quede flojo, $F_B = 0$. De (☆☆)

$$F_B = \frac{2P}{5} - \frac{2}{5} \alpha \Delta T A E = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta T = \frac{P}{\alpha A E} = 333.3 F^\circ}$$




* Placas y tuerca son cuerpos rígidos

* DCL a cada parte: Asumamos que se ha apretado la tuerca



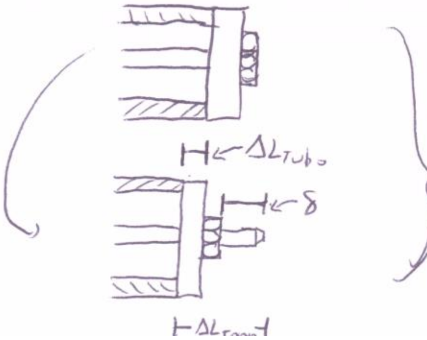

$$\Rightarrow \sum F_x = 0 \quad \Longrightarrow \boxed{F_{tubo} = F_{tornillo} = F_{tuerca} = F}$$

* Expresando los esfuerzos sobre el tornillo y la tuerca

- Área tornillo $= \dfrac{\pi d^2}{4} \Rightarrow \boxed{\sigma_{Torn} = \dfrac{4F}{\pi d^2}}$

- Área tubo $= \dfrac{\pi}{4}\left((D_i+e)^2 - D_i^2\right) = \pi(D_i+e)e \Rightarrow \boxed{\sigma_{Tubo} = \dfrac{F}{\pi(D_i+e)e}}$

* Es necesario establecer una relación entre el alargamiento del tornillo y el acortamiento del tubo




$$\boxed{\Delta L_{Torn} = \Delta L_{Tubo} + \delta}$$

* Aplicando Ley de Hooke sobre ambos objetos:

$$\cdot\ \sigma_{Torn} = \frac{F}{A_{Torn}} = E_{ac} \cdot \varepsilon_{ac} = E_{ac} \cdot \frac{\Delta L_{Torn}}{L} \Rightarrow \Delta L_{Torn} = \frac{4FL}{\pi d^2 E_{ac}}$$

$$\cdot\ \sigma_{\cancel{tuerca}\ Tubo} = \frac{F}{A_{\cancel{tuerca}\ Tubo}} = E_{cu} \cdot \varepsilon_{cu} = E_{cu} \cdot \frac{\Delta L_{Tubo}}{L} \Rightarrow \Delta L_{Tubo} = \frac{FL}{\pi (D_1 + e) e E_{cu}}$$

* Reemplazando ambas expresiones en la ec. de los alargamientos

$$\frac{4FL}{\pi d^2 E_{ac}} = \frac{FL}{\pi (D_1 + e) e E_{cu}} + \delta$$

$$\boxed{\therefore F = \frac{\delta}{\dfrac{4L}{\pi d^2 E_{ac}} - \dfrac{L}{\pi (D_1 + e) e E_{cu}}}}$$

$$\delta = \frac{1}{12} \text{ de paso}$$
$$= \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$
$$= 0{,}75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\boxed{F = 78539{,}816 \text{ N}}$$

* Reemplazando en las expresiones de los esfuerzos

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_{tornillo} &= 250 \text{ N} \\ \sigma_{tuerca} &= 50 \text{ N} \end{aligned}}$$