MA3403-01 Probabilidades y Estadística
Profesor: Servet Martínez A.
Auxiliares: Raimundo Saona Urmeneta y Abner Turkieltaub

Auxiliar 7

04 de Noviembre de 2016

S1 Comité y lider

La idea del ejercicio es demostrar la siguiente igualdad combinatorial

$$\sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$$

Definimos X v.a. que tiene ley $p(k) = C\binom{n}{k}$ para $k = 1, ..., n$.

a) Calcule C.

b) Calcule $\mathbb{E}(X)$ (utilice la simetría de los coeficientes binomiales) y concluya.

S2 Función de distribución, Esperanza y Varianza

Considere la siguiente función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} x/4 & si \quad x \in (0,1) \\ 3/4 & si \quad x = 1 \\ 3/4 + (x-1)/4 & si \quad x \in (1,2) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

- Dibuje la función F.
- Defina X v.a. que tenga función de distribución F. ¿Es X discreta?, ¿absolutamente continua?
- Calcule $\mathbb{E}(X)$.
- Calcule $\text{Var}(X)$.

S3 Poisson, Bernoulli, Sumas de límites aleatorios

Considere la sucesión de variables aleatorias $(X_k; k \geq 1)$ independientes uniformemente distribuidas y tales que cada unas de ellas es una Bernoulli(p) con p en $(0, 1)$. Considere Y una variable aleatoria, independiente de las variables X_k y tal que Y distribuye como Poisson(λ).

$$S = \sum_{k=1}^{Y} X_k$$

- Pruebe que para todo $j \geq 0$ se tiene que $\mathbb{P}(S = j, Y < j) = 0$.
- Calcule $\mathbb{P}(S = j, Y = i)$ para $i \geq j$.
- Concluya entonces que S distribuye como una Poisson(λp).

S4 Independencia, mínimo

Sean $X_1, ..., X_n$ independientes. Definimos $Y := \text{mín}\{X_1, ..., X_n\}$.

Muestre que $F_Y(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - F_{X_i}(t))$.