

MA2002-1 Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Profesor: Gino Montecinos G.

Auxiliares: Vicente Ocquetau C., Sebastián Urzúa B.



Auxiliar 14

13 de Diciembre de 2016

P1. a) Sea C la circunferencia unitaria, orientada positivamente. Pruebe que $\forall a \in \mathbb{R}$,

$$\oint_C \frac{e^{az}}{z} dz = 2\pi i$$

b) Sea Γ el cuadrado de vértices $(2, 2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$, $(2, -2)$. Calcule:

$$\oint_{\Gamma} \frac{\tan(z/2)}{(z - x_0)^2} dz, \quad -2 < x_0 < 2$$

P2. Calcule las siguientes integrales:

a)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 - 3\sin(\theta)}$$

b)

$$\oint_C \frac{z^2 - 1}{(z^2 - 5z + 4)^3} dz,$$

donde C es la circunferencia de centro 0 y radio 5.

P3. a) Desarrolle la serie de Fourier de la función periódica de período 2π , definida por:

$$f(x) = x^2, \quad -\pi < x < \pi$$

b) A partir del resultado obtenido, calcule:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$