EJERCICIOS CONTROL 3 MA2002 **Prim-2010**

P1. (a) Demuestre que I = $\int_0^\infty \frac{x - sen(x)}{x^3} dx = \pi/4$

(considere la función $f(z) = (z+ie^{iz} - i)/z^3$)

(b) Calcule $\int_0^\infty \frac{x sen(x)}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$ (Resp: $\pi(e-1)/3e^2$)

(c) Calcule $\int_{-\infty}^\infty \frac{(x^2-a^2)sen(x)}{(x^2+a^2)} dx$ (Resp: $\pi(2e^{-a}-1)$)

(d) Calcule $\int_{-\infty}^\infty \frac{\cos(3x)}{(x^2+1)^2} dx$ (Resp: $2\pi e^{-3}$)

(e) Demuestre que $\int_0^{2\pi} \frac{\cos(2t)}{(1-2a\cos(t)+a^2)} dt = \pi a^2/(1-a^2)$, $(|a| \le 1)$

(f) Calcule $\int_0^{2\pi} \frac{sen^2(t)}{a+b\cos(t)} dt$, $a > b > 0$ (Resp: $\pi(a-\sqrt{a^2-b^2})/b^2$)

P2. Obtenga la serie de Fourier de la función:

(a) f(x) = 1 si $-\pi$<x<0, f(x) = 3 si 0<x<π (f de periodo 2π)

(Resp: $2+\frac{4}{\pi}\sum_{n\ge 0} sen[(2n+1)x]/(2n+1)$)

(b) f(x) = 1 si 0<x<h, f(x) = 0 si h<x<π, h dado en $(0,\pi)$

(Resp: $\frac{2h}{\pi}\{\frac{1}{2}+\sum_{n\ge 1} sen(nh)\cos(nx)/nh\}$)

(c) f(x) = sen(3x) x en $[0,\pi]$ (serie en senos y en cosenos)

(Resp: C(x) = $\frac{2}{3\pi}-\frac{12}{\pi}\{\sum_{n\ge 1}\cos(2nx)/(4n^2-9)\}$; S(x) = sen(3x))

P3. Determine la transformada de Fourier de la function:

(a) f(x) = e^x si x<0, f(x) = e^{-x} si $x \ge 0$.

(b) f(x) = x^2 si $|x| \le K$, f(x) = 0 si $|x| > K$

(c) f(x) = $e^{-4|x|}\cos(2x)$

P4. Resuelva las siguientes ecuaciones mediante el MSV:

(a) $u_{xx} + u_{yy} = 0$, 0<x<π, 0<y<π,
u(x,0) = x(π-x), u(x,π) = 0, 0<x<π; u(0,y) = 0, u(π,y) = 1, 0<y<π.

(b) $u_{tt} = u_{xx} = 0$, 0<x<π, 0<t
u(x,0) = 1 +cos(x), u_t(x,0) = cos(3x); u_x(0,t) = u_x(π,t) = 0, t > 0.

(c) $u_t = u_{xx}$ – cos(x), 0<x<π, 0<t
u(x,0) = -3cos(4x), 0<x<π; u_x(0,t) = u_x(π,t) = 0, t > 0.

(d) $u_{tt} = u_{xx} = 0$, 0<x<π, 0<t
U(x,0) = 0, u_t(x,0) = sen(2x) ; u(0,t) = 0, u(π,t) = 0, 0<t