Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1102 - 4 Álgebra Lineal
12 de Diciembre de 2016

Clase Auxiliar # 12: Preparación Control #3

Profesora: Natacha Astromujoff
Profesor Auxiliar: Nicolás Zalduendo

P1. Sea W un s.e.v. de $\mathbb{R}^n$.

(a) Pruebe que si $x \in W \Rightarrow P(x) = x$

(b) Pruebe que $x - P(x) \perp W,\ \forall x \in \mathbb{R}^n$

(c) Utilice la parte b) para concluir que $\mathbb{R}^n = W \bigoplus W^{\perp}$

P2. Considere la trasformación lineal $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - 2x_2 + x_3 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 \end{pmatrix}$$

Encuentre la matriz representante de f con respecto a las bases

$$B = \{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\},\ B' = \{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\}$$

en la partida y en la llegada respectivamente.

P3. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & \beta \\ -1 & 2 & \gamma \end{pmatrix}$ con $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

(a) Determine los valores de α, β y γ sabiendo que $\lambda = -3$ es un valor propio de A con $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ vector propio de A asociado a λ.

(b) Incorporando los valores determinados en a) para α, β y γ demuestre que A es diagonalizable y que su polinomio característico es:

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + 3\lambda^2 + 9\lambda - 27$$

(c) Calcule P invertible y D diagonal de modo que $A = PDP^t$.

P4. **(a)** Completar los elementos faltantes de la matriz $A \in \mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$ dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ - & - \end{pmatrix}$$

de modo que admita a $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ y a $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ como vectores propios.

(b) Encuentre una matriz $B \in \mathcal{M}_{22}(\mathbb{R})$ con los mismos vectores propios v_1 y v_2 del punto a) y valores propios $\lambda_1 = 1$ asociado a v_1 y $\lambda_2 = 0$ asociado a v_2. Calcule, además, B^{10}.