

Clase Auxiliar # 11: Ortogonalización y Algoritmo de Gramm-Schmidt

Profesora: Natacha Astromujoff

Profesor Auxiliar: Nicolás Zalduendo

P1. Considere

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Encuentre una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$ de vectores propios de A .
- (b) Encuentre P y D de manera que $A = PDP^t$.

P2. Sea $z \in \mathbb{R}^n$. Considere la matriz $A \in \mathcal{M}_{nn}(\mathbb{R})$ definida por: $A = I + zz^t$

- (a) Pruebe que A es diagonalizable.
- (b) Pruebe que z es vector propio de A y calcule su valor propio correspondiente.
- (c) Sea $\mu \in \mathbb{R}^n$ ortogonal a z . Pruebe que μ es vector propio de A asociado al valor propio 1.
- (d) Encuentre todos los valores propios de A y sus multiplicidades.
- (e) Calcule el determinante de A .
- (f) Encuentre $\beta \in \mathbb{R}$ tal que $A^{-1} = I + \beta zz^t$.

P3. Sea $V = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$

- (a) Encuentre una base ortonormal para V utilizando el algoritmo de Gram-Schmidt.
- (b) Encuentre una base de $V^\perp$.