Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1102 - 4 Álgebra Lineal
21 de Noviembre de 2016

# Clase Auxiliar # 9: Matrices Representantes y de Pasaje

**Profesora:** Natacha Astromujoff
**Profesor Auxiliar:** Nicolás Zalduendo

**P1.** Considere la transformación lineal $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dada por:

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y+z+w \\ 2x+y-z \\ x-y+z-w \end{pmatrix}$$

Encuentre la matriz representante de $T$ con respecto a las bases:

$$\beta_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ en } \mathbb{R}^4,\ \beta_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ en } \mathbb{R}^3$$

de las siguientes maneras:

**(a)** Calculándo las imagenes de los elementos de $\beta_1$ y descomponiéndolos en $\beta_2$.

**(b)** Encontrando la matriz representante de $T$ con respecto a las bases canónicas y utilizando matrices de cambio de base adecuadas.

**P2.** Sea $\beta = \{1, x, x^2\}$ la base canónica del espacio $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Considere:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**(a)** Encuentre la base $\beta'$ tal que $Q$ sea representante de la identidad de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ con las bases $\beta'$ en la partida y $\beta$ en la llegada.

**(b)** Sea $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal cuya matriz representante con respecto a las bases canónicas es:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule la matriz representante de $T$ con respecto a las bases $\beta'$ en $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ y la canónica en $\mathbb{R}^3$

**P3.** Sea $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que su matriz representante con respecto a la base:

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

en el espacio de partida y de llegada es $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

**(a)** Encuentre $T$ explícitamente.
*Indicación:* Utilice matrices de pasaje adecuadas.

**(b)** Determine si $T$ puede ser invertible.