

MA1101-2 Introducción al Álgebra

Profesor: José Soto

Auxiliar: Arturo Merino



Auxiliar 1 : Lógica Proposicional

5 de septiembre del 2016

Recordemos:

- Una proposición lógica es un enunciado que toma un valor de verdad V o F .
- Los conectivos lógicos son operaciones entre proposiciones y permiten construir nuevas proposiciones a partir de proposiciones ya conocidas.
- Las tablas de verdad de las proposiciones básicas son:

p	$\bar{p}$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \wedge q$
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F	F

- Los conectivos $\vee$ y $\wedge$ son asociativos, conmutativos y distribuyen uno con respecto a otro.

- Otras proposiciones conocidas son:

- $(p \implies q) \equiv (\bar{p} \vee q)$
- $(p \iff q) \equiv [(p \implies q) \wedge (q \implies p)]$
- $(p \nabla q) \equiv \overline{(p \iff q)}$

- Se dirá que una proposición es una tautología si su valor de verdad es siempre V , en cambio si es siempre F diremos que es una contradicción.

- Algunas tautologías útiles son:

- $\overline{(p \vee q)} \iff (\bar{p} \wedge \bar{q})$
- $\overline{(p \wedge q)} \iff (\bar{p} \vee \bar{q})$
- $(p \implies q) \iff (\bar{q} \implies \bar{p})$
- $[(p \implies q) \wedge (q \implies r)] \implies (p \implies r)$

P1. [Métodos de Demostración]

Sean p, q, r, s proposiciones lógicas.

- a) Demuestre mediante el método algebraico que:

- $p \vee q \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$.
- $(\bar{p} \wedge \bar{q}) \iff \overline{(p \vee (\bar{p} \wedge q))}$.
- $[(p \implies \bar{q}) \wedge (r \implies q)] \implies (p \implies \bar{r})$.

- b) Demuestre mediante el método exploratorio que:

- $(p \implies r) \implies ((p \wedge q) \implies r)$.
- $[(p \implies q) \wedge (r \implies s)] \implies [(p \wedge r) \implies (q \wedge s)]$.

- c) Demuestre por contradicción:

- $(p \wedge q) \implies (p \vee q)$.
- $[(p \implies q) \wedge (r \implies s)] \implies [(p \wedge r) \implies (q \wedge s)]$.

P2. [P1 a) Control 1, Año 2016 + P1 a) Control 1, Año 2012]

Sean p, q y r tres proposiciones.

- a) Demuestre, sin usar tablas de verdad, que

$$[(p \vee q) \iff r] \implies [(q \implies r) \wedge (p \implies r)]$$

- b) Demuestre que

$$[p \implies (q \implies r)] \niff [(p \implies q) \implies r]$$

P3. [Encontrar valores de verdad y un nuevo conectivo]

- a) Determine el valor de verdad de las proposiciones p, q, r, s, t si se sabe que la siguiente proposición es falsa:

$$[(p \iff q) \wedge \overline{(r \implies s)} \wedge \bar{t}] \implies [s \vee (q \implies s)]$$

- b) Se define un operador ternario Δ como sigue:

$$\Delta(a, b, c) \iff [a \implies (b \wedge c)]$$

Demuestre que:

- 1) $\Delta(a, b, c) \iff \Delta(a, c, b)$.
- 2) $\Delta(a, a, b) \iff (a \implies b)$.
- 3) $\Delta(a \wedge b \wedge c, b, c) \iff V$.

P4. [NOR]

A usted le cuentan de un nuevo conectivo lógico $\downarrow$ que se utiliza para significar “ni”. Es decir $P \downarrow Q$ se lee como “ni P ni Q ”.

- a) Encuentre una tabla de verdad para el conectivo $\downarrow$.
- b) Encuentre una proposición equivalente a $P \downarrow Q$, que use solo los conectivos $\{\vee, \wedge, \bar{}\}$.
Obs : No es necesario que use todos los conectivos.
- c) Demuestre que las siguientes proposiciones son tautologías :
 - 1) $\bar{a} \iff (a \downarrow a)$
 - 2) $(a \wedge b) \iff [(a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)]$
 - 3) $(a \vee b) \iff [(a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)]$

P5. [P1 i) Control 1, Año 2006]

Sean p, q, r, s, t, u proposiciones. Suponga que se sabe que una de las siguientes proposiciones es verdadera.

$$\text{I} \iff p \wedge q \wedge \bar{r} \wedge s \wedge \bar{t} \wedge u$$

$$\text{II} \iff \bar{p} \wedge q \wedge r \wedge \bar{s} \wedge \bar{t} \wedge u$$

Cuál o cuáles de las siguientes proposiciones se puede asegurar que es verdadera?

Cuál o cuáles puede asegurar que es falsa?

En cuál o cuáles no puede garantizar su veracidad o falsedad?

- a) $(q \wedge s) \iff (p \vee t)$.
- b) $(q \wedge t) \vee (\bar{r} \wedge \bar{u})$.
- c) $[(\bar{p} \implies t)] \implies (r \wedge t)$.