MA1101-2 Introducción al Álgebra.
Profesor: José Soto.
Auxiliares: Arturo Merino,
Nicolás Zalduendo.

Formulario Sumatorias

- **Definición:**
  Sea $a_0, a_1, \dots, a_n$ una secuencia de números reales, definimos su suma desde m hasta M como:

$$\sum_{k=m}^{M} a_k = a_m + a_{m+1} + \cdots + a_{M-1} + a_M$$

- **Suma de unos:**

$$\sum_{k=m}^{M} 1 = M - m + 1$$

- **Homogeneidad:**

$$\sum_{k=m}^{M} \lambda a_k = \lambda \sum_{k=m}^{M} a_k$$

- **Aditividad:**

$$\sum_{k=m}^{M} (a_k + b_k) = \sum_{k=m}^{M} a_k + \sum_{k=m}^{M} b_k$$

- **Cambio de índice:**

$$\sum_{k=m}^{M} a_k = \sum_{k=m+s}^{M+s} a_{k-s}$$

- **Separación de la suma:**

$$\sum_{k=m}^{M} a_k = \sum_{k=m}^{l} a_k + \sum_{k=l+1}^{M} a_k$$

- **Suma telescópica:**

$$\sum_{k=m}^{M} a_k - a_{k+1} = a_m - a_{M+1}$$

- **Suma aritmética:**

$$\sum_{k=0}^{n} (A + kd) = A(n+1) + d\frac{n(n+1)}{2}$$

- **Suma geométrica:** (si $r \neq 1$)

$$\sum_{k=0}^{n} r^k = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1} \qquad \sum_{k=1}^{n} r^k = \frac{r^{n+1} - r}{r - 1}$$

- **Suma de cuadrados:**

$$\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- **Suma de cubos:**

$$\sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \left(\sum_{k=0}^{n} k\right)^2$$

- **Factorial:**

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$$

- **Coeficiente binomial:** ($k \leq n$)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- **Identidad de Pascal:**

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$$

- **Teorema del Binomio:**

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

- **Suma doble:** Es una suma del tipo:

$$\sum_{k=0}^{n} b_k$$

  donde $b_k = \sum\limits_{j=0}^{m} a_{kj}$. Esto se escribe de manera compacta como:

$$\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} a_{kj}$$

  De manera análoga se definen las sumas múltiples.

- **Intercambio de sumas:** Si tenemos una suma doble cuyos limites inferiores y superiores no dependen de los indices. Entonces:

$$\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} a_{kj} = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=0}^{n} a_{kj}$$

- **Suma de producto independiente:**

$$\sum_{k=0}^{n} \sum_{j=0}^{m} c_k d_j = \left(\sum_{k=0}^{n} c_k\right) \left(\sum_{j=0}^{m} d_j\right)$$