MA1002-7 Cálculo Diferencial e Integral
Profesores: Emilio Vilches
Auxiliares: Ilana Mergudich - Ignacio Riego
Fecha: Viernes 25 de Noviembre

Auxiliar 10: Curvas y felicidad

P1. Un águila vuela siguiendo una trayectoria dada por $r(t) = (t - \cos(t), 3 + \sin(2t), 1 - \cos(3t))$.

a) Calcule la velocidad y rapidez con que se mueve el águila en el instante $t = \frac{\pi}{4}$

b) En el instante $t = \frac{\pi}{2}$ el águila avandona su trayectoria y continúa en línea recta en dirección tangente a su trayectoria para ir a cazar un pez que se encuentra inmóvil sobre la superficie del mar. Considere que el mar está representado por el eje XY. Encuentre la posición del pez.

P2. Tenemos una curva parametrizada por las ecuaciones:

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} a\cos(t) \\ a\sin(t) \\ f(t) \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Donde a es positivo y f es una funcón C^{∞}. Determine f tal que el vector normal a la función sea siempre perpendicular al eje OZ y tal que la curva pase por $\begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ con velocidad $\begin{pmatrix} 0 \\ a \\ a \end{pmatrix}$.

P3. Calcule el largo L y la masa M de un alambre de forma $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t\sin(t) \\ t\cos(t) \\ \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2} \end{pmatrix}$, $t \in [0, 2\pi]$ y de densidad $\rho(x, y, x) = x^2 + y^2$.

P4. Una abeja se mueve según la curva $(Rt - \sin(t), R - \cos(t))$. Considere que hay una flor en cada punto del eje OX.

a) Calcule cuanta distancia recorre la abeja entre pasar por una flor y la siguiente.

b) Cada vez que la abeja pasa por una flor su velocidad se duplica, ¿permite esto que la abeja recorra mas flores en menos tiempo?

c) Considerando esta aceleracón encuentre una fórmula para la distancia que recorre la abeja en longitud de curva entre la flor n y la $n + 1$ y encuentre la distancia entre estas flores.

P5. Considere la curva espiral Γ dada por $\vec{r} = (e^{2t}\cos(t), e^{2t}\sin(t))$

a) Calcule la longitud L de la curva con $t \in [0, 2\pi]$.

b) Encuentre t_0 tal que el largo de la curva hasta t_0 sea exactamente $\frac{L}{2}$