

MA1002-7 Cálculo Diferencial e Integral
Profesor: Emilio Vilches
Auxiliares: Ilana Mergudich - Ignacio Riego
Fecha: Jueves 10 de Noviembre



Auxiliar Extra: Control 2

P1. Calcule:

$$\begin{array}{ll}
 a) \int \frac{dx}{x(4 + 7 \ln^2(x))} & c) \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx \\
 b) \int \frac{x^2 - 2x + 3}{(x - 1)^2(x^2 + 1)} dx & d) \int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx
 \end{array}$$

P2. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x (x - 1) \sin(t^2) dt}{\int_{x^2}^{x^3} \sin(t^2 - 1) dt}$$

P3. Considere la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in [0, 1], \\ 1 & \text{si } x \in (1, 2], \end{cases}$$

- a) Para la partición de $[0, 2]$ dada por $P = \{0, 1, 2\}$, demuestre que $s(f, P) = 1$ y que $S(f, P) = 4$.
 b) Para $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ y $\delta \in (0, 1)$ considere la partición dada por

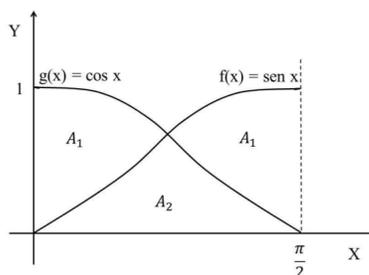
$$P = \{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n}{n}, 1 + \delta, 2\}$$

Calcule $s(f, P)$, $S(f, P)$ y demuestre que $S(f, P) - s(f, P) = \frac{2}{n} + \delta$.

- c) Usando la parte b) y la condición de Riemann concluya que f es integrable en $[0, 2]$.

P4. Dadas las funciones $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \cos(x)$, determine:

- a) El volumen del sólido de revolución engendrado al rotar el área A_1 en torno al eje OX .
 b) El volumen del sólido de revolución engendrado al rotar el área A_2 en torno al eje OY .



P5. Claudia tiene control de Diferencial el sábado, pero son las 8 pm del viernes y aún no empieza a estudiar. Claudia sabe que si no duerme, le irá mal porque necesita sus horas de sueño para poder pensar bien. La productividad P de Claudia está dada por $P(h) = \int_0^{(h-5)^4} e^{1+t^2} \ln\left(\frac{1}{t+1}\right) dt$ donde h son las horas de sueño. Si tiene que despertar a las 7 am para llegar al control, ¿a qué hora debe acostarse?

P6. Obtenga una relación de recurrencia para

$$I_n = \int \sqrt{x+b} (x+a)^n dx \quad a, b, x > 0 \quad \text{y calcule } I_0.$$

Indicación: Puede ser útil la identidad $x + b = (x + a) + (b - a)$.