Profesor: José Miguel Alvarado
Auxiliares: Valeria Bustamente, Anibal Cabbada, Carolina Galleguillos, Fabían Lema, Gonzalo Salazar

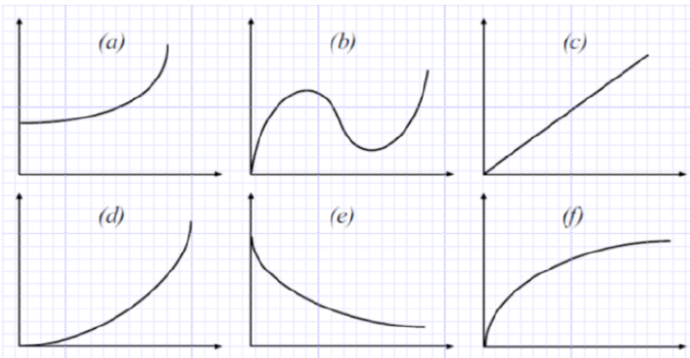
Pauta CTP3

Problemas.

P1: Comentes (35 %)

Comente las siguientes afirmaciones (o preguntas) utilizando conceptos econóomicos. Si utiliza supuestos, explicítelos.

(a) Suponga una firma que utiliza solo un factor de producción. Señale cuales de las siguientes funciones puede representar la función de producción de esta firma. Argumente económicamente y, para aquellas funciones que ha señalado, explicite los supuestos económicos subyacentes sobre la función de produccion (es decir, si tiene rendimientos marginales constantes, crecientes o decrecientes, y si tiene retornos a escala constantes, crecientes o decrecientes). Considere que el eje y es producción y el eje x es la cantidad del factor productivo.



Respuesta: Las funciones a y b son descartables al ser las gallinas de los huevos de oro, es decir, generan beneficios sin utilizar insumo, lo cual no es factible. La función b es descartable ya que posee tramos donde la producción marginal es negativa, por lo tanto al utilizar un poco más del factor productivo desaparece parte de la producción, lo cual no tiene sentido.

Por lo tanto, las funciones que pueden representar nuestra función de producción son c, d y f:

- c: Posee rendimientos marginales constantes y rendimientos constantes a escala.
- d: Posee rendimientos marginales crecientes y rendimientos crecientes a escala.
- f: Posee rendimientos marginales decrecientes y rendimientos decrecientes a escala.

(b) Caminando por la facultad un jueves en la tarde, se encuentra con un alumno desesperado estudiando para una prueba de economía ese mismo día en la tarde. Al acercarse a ayudarlo, él le confiesa que lleva horas intentando entender cuál es la racionalidad económica de no cerrar una firma con utilidades negativas en el corto plazo, si sería mucho mejor cerrar y así tener utilidades igual a 0. Usted, que estudió con tiempo, ofrece explicarle. ¿Cuál es el error que comete el alumno desesperado?

Respuesta: El error que comete es pensar que al cerrar la firma, esta obtendrá utilidades igual a 0, pero en el corto plazo la firma no podrá deshacerse de sus costos fijos, por lo cual obtendrá utilidades negativas.

La racionalidad económica que hay detrás es que los costos fijos en el corto plazo son costos hundidos, por lo tanto no se consideran al momento de decidir si producir o no.

Si los beneficios de producir son mayores a los de no producir (o cerrar, lo cual en nuestro caso es lo mismo) habrán incentivos a producir con utilidades negativas ya que estará minimizando las pérdidas.

(c) Una fírma ocupa dos factores productivos (ambos variables). Si el precio del primero es el doble que el segundo, entonces, para minimizar los costos, la fírma demandaría factores de modo tal que la razón entre el más caro y el más barato sea 1 : 2.

Respuesta: Falso. Para minimizar los costos, la firma debe cumplir con la condición de primer orden dada por:

$$\frac{PMg_K}{r} = \frac{PMg_L}{w}$$

Por lo tanto, la firma demandará factores de modo tal que los productos marginales estén a razón 1 : 2, no sus cantidades.

(d) **Bonus:** Si para una empresa que tiene por factores productivos capital y trabajo se cumple que su función de costos es tal que $C(\alpha r, \alpha r, F(K,L)) = \alpha C(r, w, F(K,L))$ con $\alpha > 0$ constante, entonces necesariamente se tendría que $F(K,L)$ tiene rendimientos a escala constantes. Comente y justifíque si lo dicho es cierto. **Nota:** $C(r, w, F(K,L))$ quiere decir que los costos son función del precio del capital r, el precio del trabajo w y la cantidad producida $q = F(K,L)$.

Respuesta: Falso. La función de costos la podemos escribir también como función de las cantidades de factores productivos a utilizar:

$$C(r, w, K, L) = rK + wL$$

Y ahora es más fácil ver que:

$$C(\alpha r, \alpha w, K, L) = \alpha rK + \alpha wL = \alpha(rK + wL) = \alpha C(r, w, K, L) \text{ con } \alpha > 0$$

Por lo tanto, esta propiedad la posee la función de costos siempre, independiente de los rendimientos que la función de producción posea.

Como contraejemplo puede utilizar la función de producción $F(K,L) = KL$, la cual posee rendimientos crecientes a escala.

P2: Equilibrio de largo plazo (30 %)

Suponga que el mercado de un bien posee sólo firmas idénticas, y la función de costos de largo plazo de cada una es la siguiente:

$$C(q) = 6q^3 - 24q^2 + 28q$$

Además, la demanda de mercado por este bien viene dada por:

$$Q(p) = 130 - 6p$$

1. Calcule la oferta individual de cada firma en el largo plazo.

   Respuesta: Individualmente, cada firma al comienzo ofrecerá una cantidad q^* tal que $p = CMg(q^*)$, por lo tanto:
   $$p = 18q^2 - 48q + 28 \Leftrightarrow 18q^2 - 48q + (28 - p) = 0$$
   Resolviendo la ecuación de segundo grado, obtenemos que:
   $$q(p) = \frac{48 + \sqrt{48^2 - 4 \cdot 18(28 - p)}}{2 \cdot 18} = \frac{48 + \sqrt{288 + 72p}}{36} = \frac{8 + \sqrt{2(4 + p)}}{6}$$
   Cabe mencionar que hemos elegido la solución para la cual el costo marginal es creciente, ya que de lo contrario, la firma no estaría maximizando beneficios.

2. Calcule el equilibrio de largo plazo (especifique el precio de equilibrio p_{eq}, la cantidad de equilibrio Q_{eq}, la oferta de cada firma q, los beneficios de cada firma π y el númer de firmas n en el mercado.

   Respuesta: Hemos visto que en equilibrio de largo plazo las firmas no tienen incentivos para salir ni entrar al mercado, esto implica que producen con beneficios nulos, por lo tanto se debe cumplir que $p = CMg = CMe$ para cada una de las firmas, de esto se deduce que las firmas producirán q^* tal que $CMg(q^*) = CMe(q^*)$:
   $$18q^2 - 48q + 28 = 6q^2 - 24q + 28 \Leftrightarrow 12q^2 = 24q \Leftrightarrow q^* = 2$$
   De la misma condición de equilibrio de largo plazo, encontramos p igualando $p = CMg$:
   $$p = 6q^2 - 24q + 28 \Leftrightarrow p = 6 \cdot 2^2 - 24 \cdot 2 + 28 \Leftrightarrow p^* = 4$$
   Con $p^* = 4$, obtenemos la demanda:
   $$Q(4) = 130 - 6 \cdot 4 = 106$$
   Como todas las firmas son idénticas, el número de firmas viene dado por $n = \frac{Q}{q} = 53$. Por último, la condición de equilibrio de largo plazo implica que $\pi = 0$.

3. Suponga que entra una nueva firma al mercado con una función de costos $W(q)$, cuya tecnología es más eficiente que la existente (es decir, puede producir una misma cantidad a un costo menor), pero permite una cantidad limitada de producción. En el caso que sólo la nueva firma pudiera acceder a ella, indique qué pasará en este mercado en los siguientes dos casos:

   - La máxima cantidad que se puede producir con esta nueva tecnología es menor que la cantidad total demandada.

     Respuesta: Dado que la nueva firma no es capaz de cubrir toda la demanda, coexisten productores heterogéneos, es decir, empresas con la vieja tecnología y la firma entrante con tecnología nueva. En este caso, la firma con nueva tecnología tiene utilidades ($\pi > 0$), ya que puede cobrar precio de mercado con costos menores ($p = CMg > CMe$), mientras que las firmas viejas cobran el mismo precio, pero con $p = CMg = CMe$, por lo que poseen beneficios nulos.

- La máxima cantidad que se puede producir con esta nueva tecnología es mayor que la cantidad total demandada.

  Respuesta: En este caso, la firma con tecnología nueva pasa a ser un monopolio, debido a que produce a menor costo que las otras firmas en el mercado, por lo que está la amenaza de que puede hacer una guerra de precios. Las firmas se retiran para no tener pérdidas.

4. **Bonus**. Considere una empresa con una función de producción $F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$, donde K es el capital y L es el trabajo. Los precios de mercado del capital y del trabajo son r y w, respectivamente, y $\alpha \in (0, 1)$ es una constante. Calcule la función de costos de largo plazo.

   Respuesta: Deducimos en clases que la condición de optimalidad en la minimización de costos viene dada por:

$$\frac{PMg_K}{r} = \frac{PMg_L}{w}$$

   Por lo tanto, se debe cumplir que:

$$\frac{\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}}{r} = \frac{(1-\alpha)K^\alpha L^{-\alpha}}{w} \Leftrightarrow K = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\frac{w}{r}\cdot L$$

   Además, reemplazando en la función de producción, con una producción q arbitraria:

$$q = K^\alpha L^{1-\alpha} = \left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\frac{w}{r}\right]^\alpha \cdot L^\alpha \cdot L^{1-\alpha} \Leftrightarrow L = q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^\alpha \left(\frac{r}{w}\right)^\alpha \Rightarrow K = q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha-1}\left(\frac{r}{w}\right)^{\alpha-1}$$

   Reemplazando ambos factores de producción en la función de costos, obtenemos:

$$C(q) = r\cdot q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha-1}\left(\frac{r}{w}\right)^{\alpha-1} + w\cdot q\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{r}{w}\right)^{\alpha} = q\cdot r^\alpha w^{1-\alpha}\left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha-1} + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$$