Profesor: José Miguel Alvarado 15 de Noviembre
Auxiliares: Valeria Bustamente, Aníbal Cabbada, Carolina Galleguillos, Fabían Lema y Gonzalo Salazar

Pauta Auxiliar 7

Teoría de la Firma

Problemas

Problema 1. Comentes.

(a) Los costos medios de corto plazo jamás son menores a los de largo plazo.

Respuesta: Verdadero. La afirmación es equivalente a ”los costos de corto plazo jamás son menores a los de largo plazo”. Sea q^* una cantidad de producción, r el costo del capital y w el costo del trabajo.

El costo de largo plazo para producir q^* viene dado por:

$$\min_{K,L} \ rK + wL \ \text{ s.a } \ F(K,L) = q^*$$

Sea el conjunto H dado por:

$$H = \{rK + wL \ : \ F(K,L) = q^*\}$$

Es decir, H contiene todos los posibles costos que podría tener producir q^*. Podemos deducir que el costo de largo plazo cumple con:

$$Cl(q^*) \leq k \ \ \forall k \in H$$

Por lo tanto, en particular:

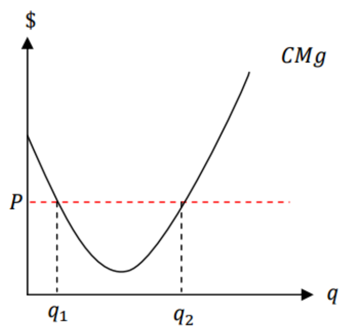
$$Cl(q^*) \leq Cc(q^*)$$

Se deduce que jamás los costos de corto plazo son menores a los de largo plazo.

(b) Una firma que maximiza beneficios siempre producirá en el tramo decreciente de su curva de costo marginal. Si lo hiciera en el tramo creciente, sus beneficios serían menores ya que el costo de producción se iría incrementando.

Respuesta: Falso. Una firma que maximiza beneficios siempre decidirá producir cuando $p = CMg$, así que efectivamente esta igualdad se satisface en 2 puntos, pero solo en el tramo que el costo marginal es creciente la firma estará maximizando beneficios. En el tramo que el costo marginal es decreciente, a la firma le conviene producir una unidad más, por la cuál le pagarán p a un costo de $c < p$.

Se puede apreciar mejor gráficamente:



(c) El equilibrio de una empresa cualquiera, en mercados competitivos y no competitivos, en el corto y largo plazo, sucede cuando el costo marginal es igual al ingreso marginal.

Respuesta: Verdadero. Independiente del tipo de mercado y del plazo que tenga presupuestado, la firma siempre optimizará beneficios, es decir, maximizará ingreso menos los costos:

$$\max_q \; I(q) - C(q)$$

De la condición de primer orden de este problema se deduce que:

$$IMg = CMg$$

(d) Un avance tecnológico que permita a todas las empresas de la industria producir a costos menores no cambiará el precio de equilibrio en el largo plazo bajo competencia perfecta

Respuesta: Falso. Un avance tecnológico que permita producir a menores costos al corto plazo permitirá a las firmas de la industria producir con beneficios positivos, esto incentivará la entrada de nuevas firmas al mercado al largo plazo, desplazando la curva de oferta hacia la derecha, por lo tanto habrá un nuevo equilibrio con un precio más bajo.

Problema 2. Nuevas tecnologías

Considere una firma que posee una función de costos $C(q) = q^2$ a la cual le ofrecen una solución tecnológica, de modo que invirtiendo T, sus costos serían:

$$C_T(q) = \frac{q^2}{1+T}$$

Suponga que el precio del producto es p.

(a) Respecto del precio del producto, ¿bajo que condiciones es conveniente, para la firma, comprar la tecnología?

Respuesta: Dado $T > 0$, será conveniente para firma comprar la tecnología si $\pi_T(q) > \pi(q)$. La cantidad óptima de producción viene dada por $p = CMg$, por lo tanto, las cantidades óptimas vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \textbf{Sin tecnología:} \quad & p = 2q \;\Leftrightarrow\; q(p) = \tfrac{p}{2} \\ \textbf{Con tecnología:} \quad & p = \tfrac{2q}{1+T} \;\Leftrightarrow\; q_T(p) = \tfrac{p(1+T)}{2} \end{aligned}$$

Por lo tanto, los beneficios vienen dados por:

$$\begin{aligned} \textbf{Sin tecnología:} \quad & p \cdot \tfrac{p}{2} - \left(\tfrac{p}{2}\right)^2 = \tfrac{p^2}{2} - \tfrac{p^2}{4} = \tfrac{p^2}{4} \\ \textbf{Con tecnología:} \quad & p \cdot \tfrac{p(1+T)}{2} - \tfrac{1}{1+T}\left(\tfrac{p(1+T)}{2}\right)^2 - T = \tfrac{p^2(1+T)}{2} - \tfrac{p^2(1+T)}{4} - T = \tfrac{p^2(1+T)}{4} - T \end{aligned}$$

Por lo tanto, será conveniente para la firma comprar la tecnológía si:

$$\frac{p^2(1+T)}{4} - T > \frac{p^2}{4} \;\Leftrightarrow\; \frac{p^2}{4}T > T \;\Leftrightarrow\; p > 2$$

(b) Suponga que es conveniente para la firma comprar la tecnología, ¿cuánta comprará?

Respuesta: Dado que $p > 2$, podemos observar que $\pi_T(p)$ es creciente con respecto a T:

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial T} = \frac{p^2}{4} - 1 > 0 \quad \forall p > 2$$

Por lo tanto la firma comprará toda la tecnología que pueda.

Problema 3. Equilibrio de mercado a largo plazo

El mercado de viajes en bus en muy competitivo y se encuentra en equilibrio de largo plazo. Suponga que los dueños de los buses tienen una función de costos dada por:

$$C(q) = 8q^3 - 16q^2 + 13q$$

Además, suponga que la demanda de mercado por los viajes en bus viene dada por:

$$Q(p) = 150 - 5p$$

(a) ¿Cuál es el equilibrio de mercado? (Especifique el precio de equilibrio p, la demanda de mercado Q, la oferta de cada firma q, los beneficios de cada firma π y el número de firmas n en el mercado.)

Respuesta: El equilibrio de mercado a largo plazo cumple que $CMg = CMe$, por lo tanto:

$$CMg = CMe \;\Leftrightarrow\; 24q^2 - 32q + 13 = 8q^2 - 16q + 13 \;\Leftrightarrow\; 16q^2 = 16q \;\Leftrightarrow\; q = 1$$

Además, como $p = CMg$, obtenemos que:

$$p = CMg(1) = 24 - 32 - +130 = 5$$

Por otro lado, como $p = 5$, podemos obtener la demanda de mercado:

$$Q(5) = 150 - 5(5) = 125$$

Como $q = 1$ y $Q = 125$, en equilibrio el número de firmas en el mercado viene dado por:

$$n = \frac{Q}{q} = 125$$

Finalmente, $\pi = 0$, ya que en equilibrio de largo plazo $p = CMe$.

(b) Suponga que Gonzalo, uno de los dueños de los buses, descubre un nuevo combustible que le hará reducir sus costos, lo cuales vienen dados por:

$$C_g(q) = \frac{q^3}{3} - q^2 + 2q$$

Suponga además que Gonzalo no comparte tal conocimiento con el resto de las firmas. Si Gonzalo utiliza este nuevo combustible mientras el resto de las firmas se siguen comportando competitivamente, calcule el nuevo equilibrio de mercado, asumiendo que Gonzalo no posee los suficientes recursos para satisfacer toda la demanda.

Respuesta: Como Gonzalo no puede satisfacer toda la demanda, no puede ofrecer los buses a un precio menor que $p = 5$, de lo contrario el resto de las firmas tendrían pérdidas e incentivos a retirarse de la industria, por lo tanto habría un déficit de oferta, lo que haría subir el precio nuevamente, hasta el punto en que habrán incentivos a la entrada de firmas, luego el equilibrio de largo plazo ocurre en el costo medio mínimo de el resto de las firmas.

La demanda del mercado continúa siendo $Q = 125$ y al igual que antes, el resto de las firmas continuarán ofreciendo $q = 1$. Como Gonzalo es un tomador de precios, ofrecerá tal que $p = CMg$:

$$5 = q^2 - 2q + 2 = (q - 3q + 4) \;\Rightarrow\; q^* = 3$$

Como Gonzalo ofrece $q^* = 3$ y el resto de las firmas solo $q = 1$, en el nuevo equilibrio participarán solo $n = 123$ firmas (incluyendo a Gonzalo).

Finalmente, $\pi = 0$ para el resto de las firmas y para Gonzalo:

$$\pi_g = 5 \cdot 3 - \left(\frac{3^3}{3} - 3^2 + 2 \cdot 3\right) = 9$$

(c) ¿Que sucedería si Gonzalo tuviera la capacidad de satisfacer toda la demanda?

Respuesta: Ahora, como Gonzalo puede satisfacer toda la demanda y posee un costo medio mínimo más pequeño que el resto de las firmas, se transformará en un monopolio natural en el mercado de transportes, ya que podrá ofrecer un $p < 5$ sin generar déficit de demanda, obligando al resto de las firmas a retirarse para no generar pérdidas.

(d) Una investigación concluye que el nuevo combustible es significativamente más contaminante, por lo cual, el gobierno decide aplicar un impuesto para desincentivar su uso. ¿Cuál debe ser el impuesto mínimo por unidad de viaje con este nuevo combustible, de modo que no sea conveniente utilizarlo?

Respuesta: Para desincentivar a Gonzalo el uso del combustible, su utilidad debe ser igual al no utilizarlo, por lo tanto, el impuesto debe ser igual a la diferencia entre el precio y el costo medio (costo unitario):

$$\tau = 5 - CMe(3) = 5 - \left(\frac{3^2}{3} - 3 + 2\right) = 3$$

Problema 4.

En República, la cerveza se vende por jarras. Los bares se comportan de manera competitiva y tienen todos la misma función de costos a largo plazo:

$$C(q) = \frac{q^3}{10.000} - q + \frac{10.000}{q}$$

Donde q es el número de jarras diarias.

(a) Si el mercado se encuentra en equilibrio de largo plazo, ¿cuántas jarras venderá cada bar por día? Para este nivel de producción calcule los costos medios y marginales.

Respuesta: En equilibrio de largo plazo, las firmas poseen $\pi = 0$, por lo tanto, producen tal que $CMg = CMe$ o equivalentemente, cuando el costo medio es mínimo, por lo tanto:

$$CMg = CMe \iff \frac{3q^2}{10.000} - 1 - \frac{10.000}{q^2} = \frac{q^2}{10.000} - 1 + \frac{10.000}{q^2} \iff \frac{q^2}{5.000} = \frac{20.000}{q^2} \iff q^4 = 10^8 \iff q = 100$$

Por otro lado, para este nivel de producción el CMe viene dado por:

$$\frac{C(100)}{100} = \frac{100^2}{10.000} - 1 + \frac{10.000}{100^2} = 1$$

Y como $CMg = CMe$, obtenemos que $CMg(100) = 1$.

(b) Si la demanda por cerveza viene dada por:

$$Q(p) = 3.000.000 - 400.000p$$

¿Cuál será el precio de la cerveza en el largo plazo? ¿Que cantidad de bares habrá en el mercado y cuánta cantidad de cerveza se demandará?

Respuesta: En equilibrio de largo plazo se cumple que $p = CMg = CMe$, por lo tanto, $p = 1$.

Reemplazando en la función de demanda, obtenemos la cantidad diaria demandada:

$$Q(1) = 3.000.000 - 400.000 = 2.600.000$$

Y como $q = 100$ por cada bar, podemos calcular el número de bares en el mercado:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{2.600.000}{100} = 26.000$$