Ejercicio 5 holton

Suponer que la solución de la ecuación de una onda de gravedad interna para la perturbación de velocidad vertical es:

$w' = Re\left[w_o e^{i(kx+mz-\nu t)}\right] = w_r \cos(kx + mz - \nu t) - w_i \,\mathrm{sen}(kx + mz - \nu t)$

a) Reemplace esta solución en la ecuación de continuidad para obtener la solución de la ecuación de la onda para la perturbación de velocidad zonal

b) Reemplace la solución de la ecuación de la onda para la perturbación de velocidad zonal en la ecuación de momentun zonal para obtener la solución de la ecuación de la onda para la perturbación de presión. Considere $\bar{u}$=0.

c) Reemplace la soluciones de la ecuación de la onda para la perturbación de velocidad vertical en la ecuación de conservación de la temperatura potencial para obtener la solución para la ecuación de la onda para la perturbación de temperatura potencial. Considere $\bar{u}$=0.

d) Considerando solo los términos reales, identifique que variables están en fase y que variables están en desfase.

Solución:

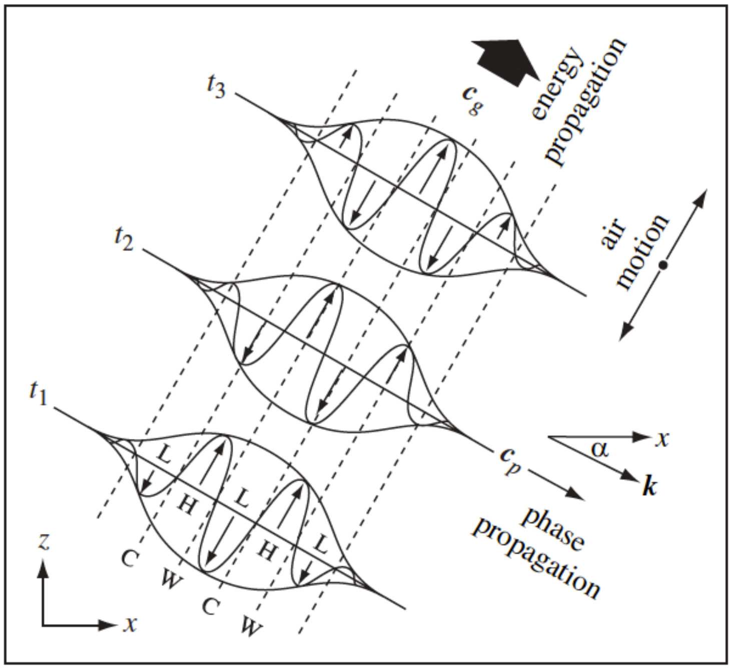
a) $u' = -\left(\frac{m}{k}\right) w_r cos\phi - w_i sen\phi$

b) $p' = -\left(\frac{\rho_o \nu m}{k^2}\right) w_r cos\phi - w_i sen\phi$

c) $\theta' = \left(\frac{\theta_o N^2}{g\nu}\right) w_r sen\phi + w_i cos\phi$

donde $\phi = xk + mz + \nu t$

d) Es el esquema. Ya fue explicado en clases.



Ejercicio 6 holton

Muestre que si reemplaza la ecuación $\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)w'+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial z}-\frac{\theta}{\bar{\theta}}g=0$ en la derivacion de las onda de gravedad interna por la ecuación hidrostática $\frac{\partial p'}{\partial z}-\rho_0\frac{\theta}{\bar{\theta}}g=0$, la relación de dispersión obtenida es solo el caso donde |k| <<< |m|.

$$\frac{\partial p'}{\partial z}-\rho_0\frac{\theta}{\bar{\theta}}g=0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)u'+\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}=0\ (1)\ momentun\ horizontal$$

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial z}-\frac{\theta}{\bar{\theta}}g=0\ (2)\ \ momentun\ vertical$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0\ (3) continuidad$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\theta'+w'\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}=0\ (4)\ termodinamica$$

$$\frac{\partial(1)}{\partial z}-\frac{\partial(2)}{\partial x}=\left(\frac{\partial}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(-\frac{\partial u'}{\partial z}\right)-\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial x}=0\ revisar\ cuaderno$$

Con ayuda de 3 y 4 se puede eliminar u’ y θ’ para obtener la ecuación final

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 w'}{\partial z^2}\right) - N^2 \frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} = 0$$

Sustituyendo la solución $w' = Ae^{(ikx+imz-ivt)}$ en la ecuación se llega a la ecuación

$$(\nu - \bar{u}k)^2 m^2 - N^2 k^2 = 0$$

$$\nu - \bar{u}k = \sqrt{\frac{N^2 k^2}{m^2}} = \pm \frac{Nk}{m}$$

Caso general sin utilizar la aproximación hidroestatica (obtenida en clases)

$$\nu - \bar{u}k = \pm \frac{Nk}{(m^2 + k^2)^{1/2}}$$

|k| <<<< |m|

$$\nu - \bar{u}k = \pm \frac{Nk}{m}$$

Se llega a lo mismo.