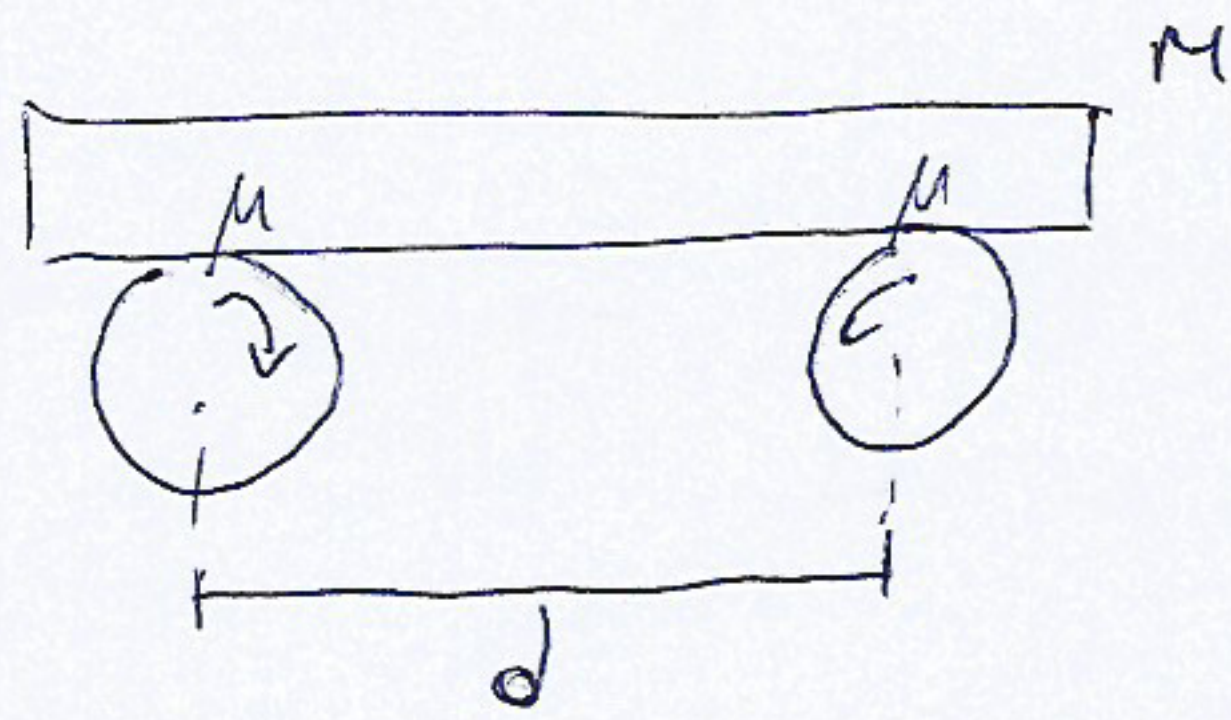
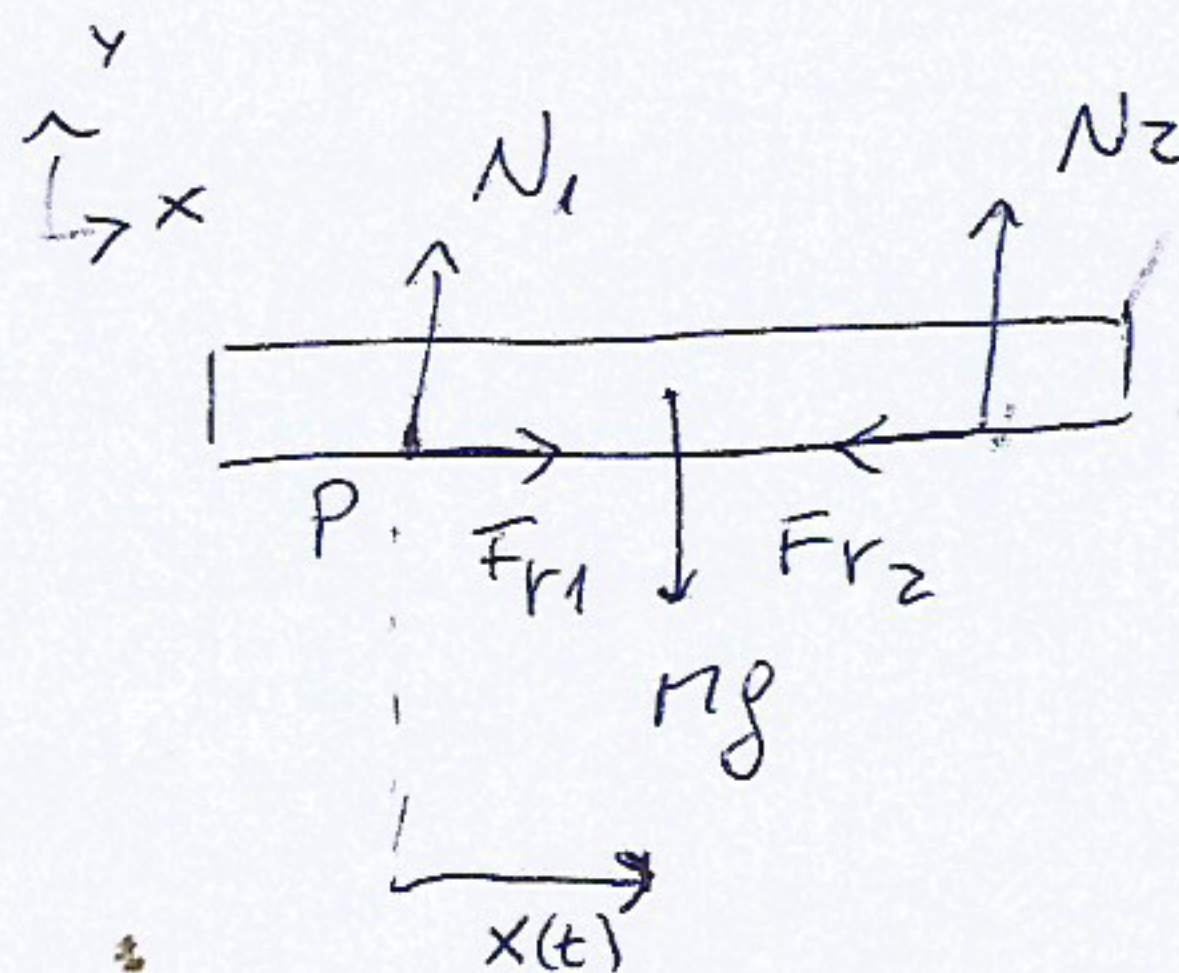


P1



Pdp' movimiento armónico



Fuerza Mg se ubica en el CM de la barra, el cual varía en el tiempo

↓
llamemos x la posición del CM w/r al pto. P
 $x = x(t)$

μ = roce cinético, no se cumple CRSR

$$\sum F_x = \ddot{x} M \Leftrightarrow F_{r1} - F_{r2} = M\ddot{x} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow N_1 + N_2 - Mg = 0 \quad (2)$$

$$\sum \tau_P = 0 \Leftrightarrow -Mg x + N_2 d = 0 \quad (3)$$

como resbala se cumple: $F_{r1} = \mu N_1$

de (3): $N_2 = \frac{Mg}{d} x$, reemplazando en (2):

$$\Rightarrow N_1 = Mg - \frac{Mg}{d} x = Mg \left(1 - \frac{x}{d} \right), \text{ reemplazando } N_1, N_2 \text{ en (1)}$$

$$\Rightarrow \mu N_1 - \mu N_2 = M\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \mu Mg - \mu Mg \frac{x}{d} - \mu \frac{Mg}{d} x = M\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \ddot{x} + \frac{2\mu g}{d} x - \mu g = 0 \quad / \quad \text{usando el cambio de variable } z = x - \frac{d}{2}, \quad \ddot{z} = \ddot{x}$$

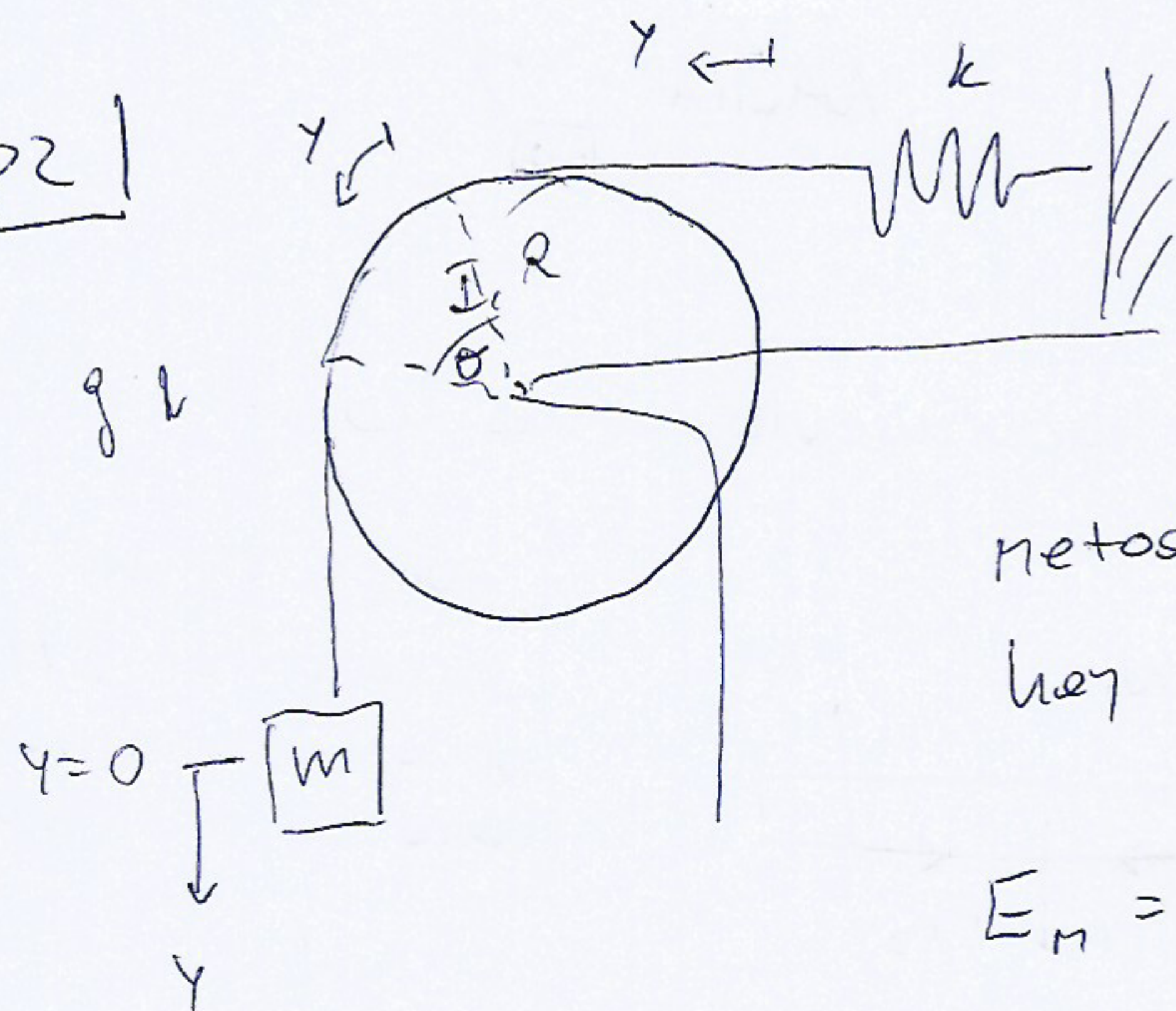
$$\Rightarrow \ddot{z} + \frac{2\mu g}{d} \left(z + \frac{d}{2} \right) - \mu g = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \frac{2\mu g}{d} z = 0$$

$$\omega_n^2 = \frac{2\mu g}{d} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2\mu g}{d}}}$$

movimiento armónico, qed,

P2



"La masa avanza (y), el resorte se estira (-y)".

Metodo de las energías: $\dot{E}_m = 0$ Si no hay fuerzas disipativas.

$E_m = E_k + E_p \rightarrow$ energía potencial (gravitatoria y resorte)
 $\hookrightarrow$ energía cinética (de desplazamiento y rotación)

$$E_k = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2$$

$$E_p = mgy + \frac{1}{2} k(-y)^2$$

se cumple C.R.S.R: $y = R\theta \Rightarrow \dot{y} = R\dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \left(\frac{\dot{y}}{R}\right)^2$

Como la energía se conserva: $\dot{E}_m = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt} E_m = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m \cancel{2\dot{y}} \ddot{y} + \frac{1}{2} I \cdot \cancel{2} \cdot \left(\frac{\dot{y}}{R}\right) \cdot \frac{1}{R} \ddot{y} + m g \dot{y} + \frac{1}{2} k \cdot \cancel{2} y \dot{y} = 0$$

$$\Leftrightarrow m \ddot{y} + \frac{I}{R^2} \ddot{y} + k y + m g = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(m + \frac{I}{R^2}\right) \ddot{y} + k y + m g = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{y} + \frac{k}{\left(m + \frac{I}{R^2}\right)} y + \frac{m g}{\left(m + \frac{I}{R^2}\right)} = 0$$

Cambio de variable

$$z = y + \frac{m g}{k}, \quad \ddot{z} = \ddot{y}$$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \frac{k}{\left(\frac{I}{R^2} + m\right)} \left(z - \frac{mg}{k}\right) + \frac{mg}{\left(\frac{I}{R^2} + m\right)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{z} + \frac{k}{\left(\frac{I}{R^2} + m\right)} z = 0$$

$\Rightarrow$ frecuencia natural

$$\omega_n = \frac{k}{\left(\frac{I}{R^2} + m\right)} //$$

P3 Del gráfico, periodo $T = 0,9 - 0,24 \Rightarrow \boxed{T = 0,66 \text{ s}}$
 Distancia entre valles.

Para los máximos de $x(t)$ se cumple que $\cos(\omega t + \phi) = 1$, Tomando dos puntos máximos (peaks):

$$(1) \quad 1,25 = A e^{-0,55/2\tau} \quad / \cdot \ln()$$

$$(2) \quad 0,4 = A e^{-1,24/2\tau} \quad / \cdot \ln()$$

$$\Rightarrow \ln(1,25) = \ln(A) - \frac{0,55}{2\tau} \quad (-)$$

$$\ln(0,4) = \ln(A) - \frac{1,24}{2\tau}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{1,25}{0,4}\right) = \frac{1,24 - 0,55}{2\tau} \Rightarrow \boxed{\tau = 0,3 \text{ s}}$$

reemplazando τ en (1) y (2) despejamos A

$$\Rightarrow \boxed{A = 3,1 \text{ cm}}$$

$$\text{Como } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{\omega = 9,52 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$\text{Como } \omega_n^2 = \omega^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2, \text{ podemos despejar } \omega_n \rightarrow \boxed{\omega_n = 9,66 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Las condiciones iniciales dependen únicamente de los valores de la amplitud A y de la fase φ , luego, solo queda determinar φ para ello, evaluamos $x(t)$ en $t=0$, del gráfico: $x(0) = 2,57 \text{ cm}$

$$x(t) = A e^{-t/2\tau} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$x(0) = 2,57 = 3,1 \cos(\varphi)$$

$$\Rightarrow \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{2,57}{3,1}\right) = 34^\circ = 0,59 \text{ rad "}$$

P4

El sistema parte en su amplitud máxima

$$\Rightarrow X_{\max} = A$$

$$\Rightarrow x(0) = X_{\max} = A \cos(\varphi) \Rightarrow \varphi = 0 \vee \varphi = k\pi \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$x(t) = A e^{-t/2\tau} \cos(\omega t)$$

$T \equiv \text{periodo}$

$$x(5T) = A e^{-5T/2\tau} \cos(-25T) = \frac{A}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = e^{-5T/2\tau} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot 5T\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = e^{-5T/2\tau} \quad \Leftrightarrow \boxed{\tau = 0,455 \text{ [s]}}$$

$$\omega_n^2 = \Omega^2 + \left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\omega_n = 31,43 \text{ [Hz]}}$$

La velocidad terminal se alcanza cuando la ~~de~~ aceleración se anula, es decir, cuando el roce viscoso se iguala al peso;

$$-b\dot{y} - mg = m\ddot{y} \rightarrow 0 \text{ cuando alcanza vel. terminal.}$$

$$\Rightarrow \dot{y} = -\frac{mg}{b} \quad \begin{array}{l} \text{reemplazando} \\ \text{despejando con los valores} \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{y} \equiv \text{velocidad terminal} = 4,46 \text{ m/s}}$$