

FI1002 - SISTEMAS NEWTONIANOS

Apuntes del curso

GUÍAS PRÁCTICAS

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile

30 de agosto de 2016

Índice

Unidad 1: Métodos experimentales	1
Unidad 2 + 3: Métodos numéricos y sistemas extendidos	7
Unidad 4A: Sólidos rígidos–Estática	13
Unidad 4B: Sólidos rígidos–Energía cinética de rotación	19
Unidad 4C: Sólidos rígidos–Torque y momento angular	25
Unidad 4D: Sólidos rígidos–Rodadura	33
Unidad 5A: Oscilaciones	41
Unidad 5B+C: Oscilaciones amortiguadas y forzadas	47
Unidad 6A: Ondas propagativas	55
Unidad 6B: Ondas estacionarias	63
Unidad 7B: Hidroestática–Principio de Arquímedes	69

Unidad 1: Métodos experimentales

Pauta de trabajo
Unidad 1: Métodos experimentales

Nombre	RUT	Firma

Sección	Grupo

A. Objetivos

- Aprender a utilizar el sensor de fuerza
- Aprender a usar el programa *NIMAX* para verificar que el sensor de fuerza está funcionando correctamente
- Aprender a utilizar el programa *SignalExpress* para la adquisición de datos, en particular con el sensor de fuerza.
- Realizar una serie de mediciones de la tensión de corte de un hilo de coser.
- Analizar los resultados experimentales usando conceptos básicos de estadística.

B. Materiales

- Sensor de fuerza
- Dispositivo experimental (polea, poste e hilo de coser)
- Programas Matlab, NIMAX y SignalExpress

C. Experiencias

Experiencia 1.- Verificación del sensor de fuerza y de la tarjeta de adquisición con el programa *NIMAX*:

Comenzaremos por verificar la conexión del sensor de fuerza a la tarjeta de adquisición. El sensor tiene tres conexiones: señal, tierra y +5 V, identificados como Entrada, GND y +5 V respectivamente. Conecte entonces estos cables en los siguientes canales de la tarjeta de adquisición:

- Cable Rojo → canal A10
- Cable Negro → canal GND
- Cable Naranja → canal AO0

Ahora verifique que el sensor de fuerza que está conectado con el canal de entrada análogo número 0 (A10) está trabajando adecuadamente. Para ello lance la aplicación *NIMAX* (programa de medida y automatización), cuyo ícono se encuentra en el escritorio de su computador.

Al abrirse la Barra del Menú Principal, seleccione *Configuration* → *Devices and Interfaces* → *NI-DAQmx* → *NI USB-6008: Dev n*, siendo *n* un número, normalmente 1. Seleccione *Self-Test*, la respuesta debe ser *The device has passed the self-test*, de otra forma existe un problema de conectividad. Pida ayuda al profesor o un profesor auxiliar en este caso.

Si el mensaje aparecido es el correcto, presione OK.

La tarjeta requiere +5 V de alimentación para ello, abra *Test Panel* y haga clic en *Analog Output*. Asegúrese que el sensor está siendo alimentado con 5 V. Para ello ingrese 5 en la casilla *Output Value* y presione *Update*. Atención de no cambiar los parámetros por defecto que se encuentran en la parte superior de esta ventana.

Ahora pruebe que el sensor de fuerza mide correctamente. Seleccione *Analog Input*. Use los siguientes parámetros de adquisición:

- *Mode: Continuous*
- *Max Input Limit: +10 V*
- *Min Input Limit: -10 V*
- *Input Configuration: RSE*
- *Channel Name: A10*
- *Rate (Hz): 1000*
- *Samples to read: 1000*

Lance la medida presionando sobre el botón *Start*. Como el modo seleccionado de adquisición es continuo, debería ver una medida constante de aproximadamente 2,5 V, lo que implica que la fuerza sobre el sensor es nula. Puede presionar con su dedo sobre el gancho del sensor y verá como la señal varía en tiempo real en su pantalla.

Complete la siguiente tabla con los valores aproximados de voltaje que entrega el sensor de fuerza en dos posiciones, con el gancho apuntando hacia arriba y hacia abajo:

Posición	Voltaje
Arriba	
Abajo	

Experiencia 2.- Segunda verificación con el programa *SignalExpress*:

Ahora verificaremos que el programa *SignalExpress* funciona adecuadamente. La diferencia es que con esta aplicación se pueden grabar los datos en su PC en formato de un archivo de texto, además de poder realizar algunos análisis básicos. Cierre el programa anterior. Lance la aplicación con el archivo llamado *TensiónDeCorte.seproj* que se encuentra en U-Cursos. Identifique tres botones a la izquierda que se llaman respectivamente *Analog Output*, *Analog Input* y *Save to ASCII*. Estas son tareas ya preasignadas. Usted puede cambiar los parámetros pero antes de hacerlo anote los valores preasignados pues en principio están definidos para un buen uso para la experiencia 3.

Con *Analog Output* y *Analog Input* se configuran la salida A00 y entrada A10 de una manera muy similar a lo que se hizo en la experiencia 2.

Con la botonera *Save to ASCII* puede elegir un nombre de archivo como también un directorio donde guardarlo. Tenga cuidado de mantener el formato de archivo con ASCII (formato texto), pues así podrá leer fácilmente los datos con *Matlab*. Verifique que su configuración de Windows graba los números con punto decimal y no coma.

Ahora pruebe la medida de tensión de corte de un hilo, lanzando la medición con el botón *Run Once*. Esto lanza las tres tareas mencionadas en forma consecutiva.

El hilo debe atarse un extremo al sensor de fuerza y el otro extremo pasarlo por la polea y anudarlo al dedo de la persona que tirará firme, pero suavemente incrementando la magnitud de la tensión aplicada. Se puede visualizar la adquisición seleccionando la lengüeta *Data View* y simplemente arrastrando el cursor desde *Analog Input* hacia esta ventana. Puede también leer estos datos desde *Matlab* usando la función `load('archivo.txt')` donde *archivo* es el nombre del archivo donde se guardaron los datos.

Con esta prueba determine el rango en el cual usará el sensor, ± 10 N ó ± 50 N. Explique la elección del rango:

Experiencia 3.- Medición de la tensión de corte de un hilo:

Usando hilos de un mismo grosor y largo, repita la medición de tensión de corte un mínimo de 15 veces y anote los valores obtenidos en la tabla adjunta (ver *anexo*). Use el mismo largo que los otros grupos de su mesa.

Con los datos obtenidos por *su grupo* realice un histograma que muestre la distribución de ocurrencia de la tensión de corte del hilo.

Con los datos obtenidos por *su mesa* realice un histograma que muestre la distribución de ocurrencia de la tensión de corte del hilo.

Imprima y adjunte los gráficos en el informe.

Determine el valor medio y la desviación estándar de la tensión de corte. Llene la siguiente tabla:

Grupo		Mesa	
$\langle T_{\text{corte}} \rangle$	$\sigma(T_{\text{corte}})$	$\langle T_{\text{corte}} \rangle$	$\sigma(T_{\text{corte}})$

D. Conclusiones

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general, no debe resumir otra vez todos los resultados, sino aquellos más importantes. Enumere las dos fuentes de error más importantes en su proceso de medición.

Anexo: Tensión en el sensor

Para encontrar la tensión T a partir del voltaje promedio medido V se utilizan las constantes A y B de cada sensor de fuerzas:

$$T = AV + B \text{ [N]},$$

donde las constantes A y B las suponemos conocidas. Si el sensor de fuerzas se utiliza en el rango ± 10 N, las constantes que deben usar son $A = -4,9$ N/V y $B = 12,25$ N. Si el sensor de fuerzas se usa en el rango ± 50 N, las constantes son $A = -24,5$ N/V y $B = 61,25$ N.

Unidad 2 + 3: Métodos numéricos y sistemas extendidos

Pauta de trabajo

Unidades 2 y 3: Métodos Numéricos y Sistemas Extendidos

Nombre	RUT	Firma

Sección	Grupo

A. Objetivos

- Conocer las capacidades de los métodos numéricos para la solución y análisis de los sistemas newtonianos.
- Aprender a usar el método de Verlet para integrar las ecuaciones de Newton.
- Aprender a calcular los centros de masa de objetos de forma compleja.
- Aprender a usar Matlab con los fines anteriormente descritos.

B. Materiales:

- Matlab

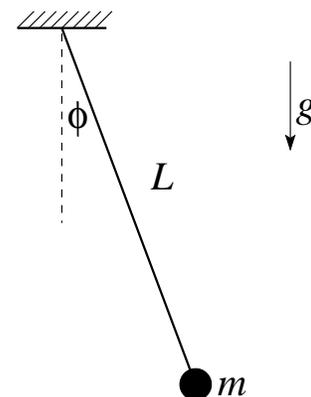
C. Experiencias

Experiencia 1.- La ecuación de movimiento de un péndulo simple de longitud L es:

$$\ddot{\phi} = -\frac{g}{L} \sin(\phi),$$

donde ϕ es el ángulo que describe respecto a la vertical.

Considere que el péndulo se suelta desde el reposo en un ángulo inicial $\phi_o = \pi/4$. Use $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $L = 0,5 \text{ m}$, $\Delta t = 0,01 \text{ s}$, $0,05 \text{ s}$ y $0,5 \text{ s}$. Resuelva la ecuación hasta $t_f = 10 \text{ s}$. Se pide graficar la solución $\phi(t)$ para los diferentes valores de Δt y estudiar el acuerdo de la solución con el movimiento esperado de un péndulo.



Imprima y adjunte los gráficos en el informe.

Experiencia 2.- Usando el programa anterior programe el movimiento del péndulo para los ángulos iniciales $\phi_o = \pi/10, \pi/4$ y $9\pi/10$, usando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $L = 0,5 \text{ m}$ y $\Delta t = 0,01 \text{ s}$. A continuación use uno de estos métodos:

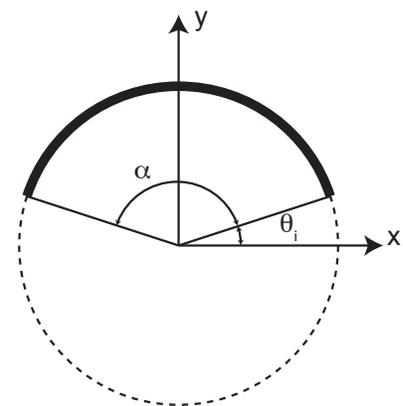
- Escriba un programa que detecte el primer cruce con la vertical (esto es, cuando $\phi = 0$) y con este programa calcule el periodo del péndulo (T) para los tres ángulos iniciales ya mencionados.
- Alternativamente puede usar las herramientas gráficas de Matlab para medir los periodos. Dos opciones son: la herramienta de zoom o usando la instrucción `ginput` (para su uso escriba el comando `help ginput` en Matlab). Con éstas podrá determinar los tiempos cuando la función pasa por cero o por un extremo.

Compare los periodos con el periodo del péndulo para pequeñas amplitudes $T_o = 2\pi\sqrt{L/g}$.

Complete la siguiente tabla con sus datos. Indique las unidades de cada columna entre los paréntesis.

ángulo inicial ϕ_o ()	Período T ()	T/T_o ()

Experiencia 3.- Considere un arco de circunferencia de radio R y masa M distribuida uniformemente, centrada en el origen. Sus ángulos extremos con respecto al eje x son θ_i y $\theta_i + \alpha$, respectivamente. Se busca determinar las coordenadas (X_{cm}, Y_{cm}) del centro de masas del arco. Para ello, el aro se modela como un conjunto discreto de N partículas equiespaciadas, cada una de masa $m = M/N$. La posición de cada partícula queda determinada por su posición angular θ_i multiplicada por el radio del arco. Puede construir en MATLAB un arreglo con las posiciones angulares de las partículas: `theta=(ti+d/2):d:(ti+alpha-d/2)`, donde `theta` es el arreglo con las posiciones angulares, `ti` es el ángulo inicial θ_i , `alpha` es el ángulo de apertura del arco α y `d` es el ángulo entre las posiciones angulares de dos partículas consecutivas, que usted debe calcular.



Busque numéricamente las coordenadas (X_{cm}, Y_{cm}) del centro de masa de medio anillo, es decir, con $\alpha = \pi$. Use $M = 1.AA$ y $R = 1.BB$, con AA y BB los últimos dos dígitos del RUT

de dos integrantes del grupo. Utilice $N = 100$ y los valores de θ_i indicados en la tabla. Calcule $\sqrt{X_{cm}^2 + Y_{cm}^2}/R$ y explique qué representa este valor. Llene con sus datos la siguiente table, indicando las unidades de cada columna.

	$M =$	$R =$	
θ_i (rad)	X_{cm} ()	Y_{cm} ()	$\sqrt{X_{cm}^2 + Y_{cm}^2}/R$ ()
0			
$\pi/4$			
$\pi/3$			
$\pi/2$			
$3\pi/4$			

D. Conclusiones

Presente de manera concisa al menos dos conclusiones *objetivas* de las experiencias 1 y 2. Señale cómo afecta el uso de diferentes valores de Δt en la precisión del resultado. No resuma nuevamente todos los resultados obtenidos, sino aquellos más importantes.

Por ejemplo, concluya cómo afecta el ángulo inicial al periodo del péndulo.

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la experiencia 3.

Anexo 1: Recetario útil Matlab

Opciones y comandos

- ¿Cómo crear un M-file? Seleccione **File ► New ► M-File**; escriba instrucciones.
- ¿Cómo guardo lo escrito en un M-File? Seleccione **File ► Save file as...**; asígnele al archivo extensión `.m`
- ¿Cómo grafico el arreglo `y` versus `x` con asteriscos verdes? Utilice `plot(x,y,'g*')`; utilice `b+` para cruces azules, o `ko` para círculos negros. Consulte un tutorial por más opciones.
- ¿Cómo graficar dos o más curvas con una sola instrucción `plot`? Utilice `plot(x1,y1,'*',x2,y2,'-',x3,y3,'k-')`, donde los símbolos entre comillas son *opcionales*.
- ¿Cómo hacer un gráfico de datos con barras de error? Utilice `errorbar(x,y,err,'*')`, donde `err` es el arreglo de errores asociado a `y`, en las coordenadas `x`.
- ¿Cómo incluir leyenda de los símbolos usados en un gráfico? Utilice `legend('leyenda 1, leyenda 2, ...')` después de la última instrucción `plot`. El orden de las leyendas sigue el orden de las curvas desplegadas.
- ¿Cómo cargar datos tabulados en un archivo? Si el archivo es ASCII, de nombre `datos.dat`, use `load datos.dat`. Así, `x=datos(:,1)` contiene la primera columna; `y=datos(:,2)` contiene la segunda; etc.
- ¿Cómo rotular un gráfico? Después de la instrucción `plot` agregue
`xlabel('x-texto')`
`ylabel('y-texto')`
`title('título')`

Formas compactas de Matlab

- `suma=sum(x)`: suma todos los elementos del arreglo `x`
- `suma=sum(x.^2)`: suma los cuadrados de elementos del arreglo `x`
- `prom=mean(x)`: calcula el promedio del arreglo `x`
- `z=x./y`: define el arreglo `z` formado por el cociente de los elementos de `x` con los de `y`. Ambos arreglos deben tener el mismo número de elementos.
- `x=a:dx:b`: define arreglo equiespaciado en `dx`, desde `a`, sin que exceda `b`.

Unidad 4A: Sólidos rígidos–Estática

Pauta de trabajo
Unidad 4A: Estática

Nombre	RUT	Firma	Sección	Grupo

A. Objetivos

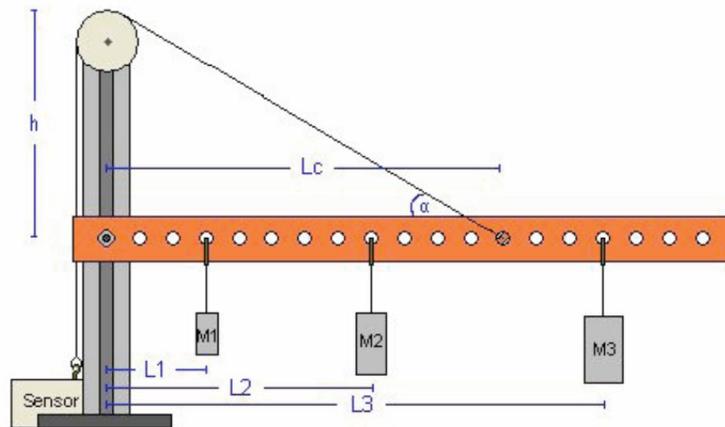
- Verificar las leyes de la estática del sólido rígido.
- Identificar errores aleatorios y sistemáticos en la medición y/o en el cálculo de las condiciones de equilibrio de un sólido.

B. Materiales

- Barra soporte con regleta para aplicación de torques y fuerzas.
- Sensor de medición de fuerzas.
- Juego de masas de diferentes calibres.
- Polea con hilo de nylon.
- Regla y/o transportador.

C. Montaje

El montaje experimental se ilustra en la figura. El montaje permite colocar masas de diferentes calibres, a diferentes distancias, para ejercer fuerzas y torques de distintas magnitudes. El hilo ejercerá la tensión necesaria para mantener la barra en equilibrio estático. El sensor de fuerza permite medir dicha tensión para cada configuración de equilibrio.



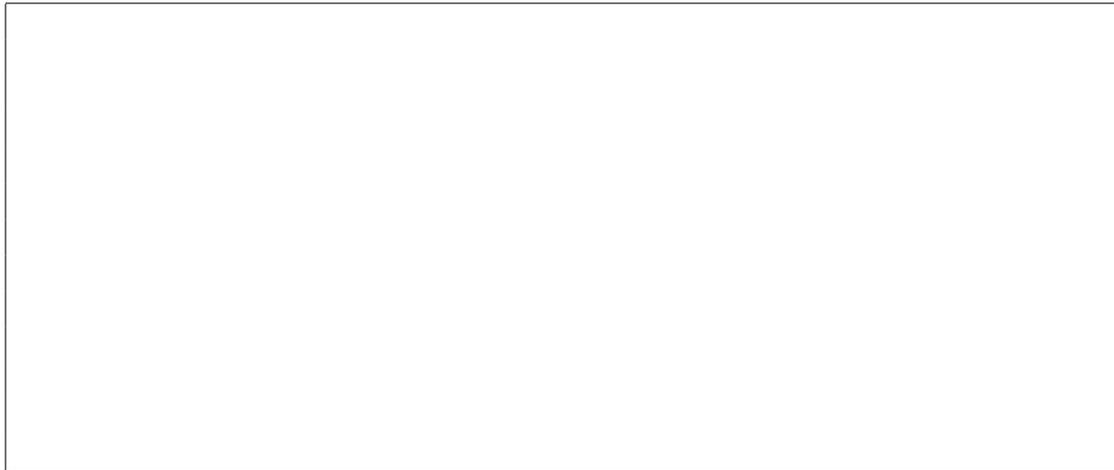
D. Experiencias

Experiencia 1. - Preliminares:

Montar el aparato y verificar el funcionamiento correcto del sensor de fuerzas (ver **anexo 1**). Abrir *Signal Express*. Descargar el archivo *Tension.seproj* que está en u-cursos. Medir la tensión del hilo bajo una configuración en que usted crea que la tensión será alta para un conjunto de medidas. ¿Qué tensión obtuvieron? ¿En qué rango varió dicha tensión al hacer experimentos tales como mover la mesa, poner la barra fuera de la horizontal, rotar el sensor de fuerzas? ¿Con qué precisión creen que pueden medir fuerzas? ¿En qué rango de validez utilizarán el sensor de fuerzas?

Experiencia 2.- Masa de la barra

Dibuje la barra que usa en el experimento (fije el hilo de modo que la barra quede horizontal); indique el sistema de coordenadas; indique todas las fuerzas actuando sobre la barra (diagrama de cuerpo libre para cuerpo extendido). Escriba la ecuación de torque a partir de la cual encontrará la masa de la barra.



Llene la siguiente tabla, indicando las unidades de cada columna. Anote los valores de A y B que corresponden al rango de fuerzas que usa en el sensor (ver **anexo 2**). Estime el error en la masa de la barra utilizando las fórmulas de propagación de errores.

Voltaje	$\sigma_{voltaje}$	A	B	Tensión	$\sigma_{tension}$	Masa-Barra	Error

Experiencia 3.- Tensión en función de la distancia de la carga al eje.

Indique las unidades bajo los nombres de las columnas, y luego llene la tabla con valores numéricos variando la distancia de la carga al eje. Grafique la tensión en función de la posición junto con su barra de error utilizando el comando `errorbar` en Matlab (si `distancia`, `Tension` y `sigma` son los arreglos de distancia, promedio y desviación estándar de la tensión respectivamente, este comando se usa escribiendo `errorbar(distancia,Tension,sigma,'o')`).

distancia ()	Medida				Calculada Tensión-calc ()
	Voltaje ()	$\sigma_{voltaje}$ ()	Tensión ()	$\sigma_{tension}$ ()	

Imprima y adjunte el gráfico a su informe.

Experiencia 4.- Variación de la tensión en función del ángulo hilo–barra.

Indique las unidades bajo los nombres de las columnas, y luego llene la tabla con valores numéricos variando el ángulo hilo–barra. Grafique la tensión en función del ángulo, se les pide graficar exclusivamente los puntos medidos con el comando `errorbar` de Matlab. En el mismo gráfico dibujar el resultado esperado teóricamente suponiendo que conocen todos los parámetros experimentales de manera exacta.

Hilo		Medida				Calculada
distancia	ángulo	Voltaje	$\sigma_{voltaje}$	Tensión	$\sigma_{tension}$	Tensión-calc
()	()	()	()	()	()	()

Imprima y adjunte el gráfico a su informe.

E. Conclusiones

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general, no debe resumir otra vez todos los resultados, sólo aquellos más importantes.

Anexo 1: Verificación de los instrumentos

Al inicio de cada experimento es necesario verificar el funcionamiento correcto de los elementos a usar. Es probable que el sensor de fuerzas y la tarjeta de adquisición ya se encuentren instalados, sin embargo antes de utilizarlos debe revisar que funcionen correctamente.

Recuerde que los cables del sensor deben estar conectados a la tarjeta de medición en las siguientes puertas:

- Cable negro (tierra) a GND
- Cable rojo (señal) a AI0
- Cable naranja (+5V) a AO0

Nota: Los símbolos GND, AI0 y AO0 se refieren a *ground* (tierra), *analog input 0* (entrada analógica 0) y *analog output 0* (salida analógica 0).

1. Usar la aplicación *NIMAX* para verificar que la tarjeta y el sensor funcionan correctamente. En el menú principal seleccionar *Configuration* → *Devices and Interfaces* → *NI-DAQmx* → *NI USB-6008: Dev n*, donde *n* es normalmente 1. Probar *Self-Test*. Se debe abrir un cuadro indicando que el dispositivo ha pasado el *Self-Test*.

Luego Abrir *Test Panel* e ingrese 5 V bajo *Analog Output* y presione *Update*. Finalmente seleccionar *Analog Input* y verificar que el sensor da una medida cercana a 2,5 V sin fuerza aplicada. Cerrar la aplicación *Measurement and Automation*.

Anexo 2: Tensión en el sensor

Para encontrar la tensión T a partir del voltaje promedio medido V se utilizan las constantes A y B de cada sensor de fuerzas:

$$T = AV + B \text{ [N]},$$

donde las constantes A y B las suponemos conocidas. Si el sensor de fuerzas se utiliza en el rango ± 10 N, las constantes que deben usar son $A = -4,9$ N/V y $B = 12,25$ N. Si el sensor de fuerzas se usa en el rango ± 50 N, las constantes son $A = -24,5$ N/V y $B = 61,25$ N.

Unidad 4B: Sólidos rígidos–Energía cinética de rotación

Pauta de trabajo
 Unidad 4B: Energía de Rotación

Nombre	RUT	Firma	Sección	Grupo

A. Objetivos

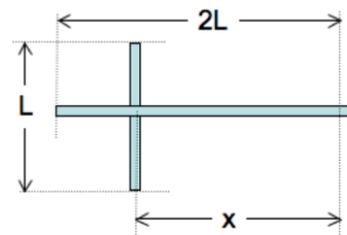
- Conocer el efecto de la geometría sobre el momento de inercia de un cuerpo.
- Verificar el principio de conservación de la energía mecánica.
- Identificar errores aleatorios y sistemáticos en la medición y/o en el cálculo de la energía cinética de rotación.

B. Materiales

- Cámara web.
- Regla milimetrada.
- Balanza digital.

C. Montaje

El montaje experimental consiste en un péndulo físico (es decir, no puntual) compuesto por una barra homogénea de longitud $2L = 0,6$ m, y una barra del mismo material pero largo L cruzada a la primera (esta última la denominaremos cruceta). Es decir, tenemos una especie de T sujeta cerca de su extremo por un eje fijo en torno al cual es sistema podrá girar libremente.



El montaje experimental les permitirá definir cuatro configuraciones distintas, sólo deberán cambiar la posición de la cruceta para realizar las distintas mediciones. Noten que al variar la posición de la cruceta varía tanto la posición del centro de masa de la T como su momento de inercia (en este caso en torno al eje de rotación del extremo superior).

D. Experiencias

Experiencia 1.- Preliminares.

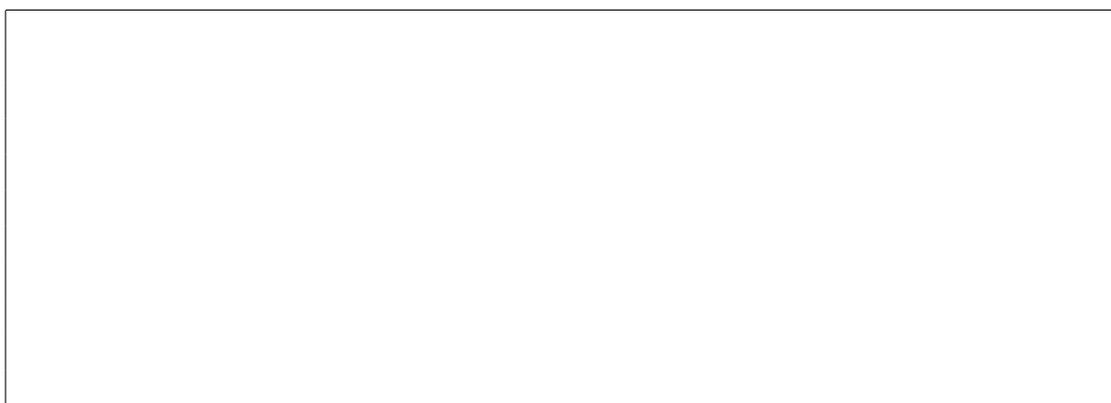
El objetivo de esta experiencia es estudiar el teorema de conservación de energía. Verifique el funcionamiento correcto de la cámara web de acuerdo a las instrucciones en el archivo *Uso-CamaraWeb.pdf*. En el computador podrá encontrar varios programas para la adquisición de videos entre ellos Amcap, GeniusVideo, Tracker y Logitech. Para mejorar la calidad del video, puede ajustar los parámetros de exposición y brillo.

La idea es soltar la barra desde el reposo en una posición inicial fija y medir la velocidad angular (instantánea) y el cambio de altura del centro de masa un intervalo de tiempo después. Luego podrán contrastar el valor de la energía cinética de rotación experimental obtenida a partir de la medida de velocidad angular, con la energía cinética de rotación teórica calculada a partir del teorema de conservación de la energía mecánica.

Verifique el número de cuadros por segundo que graba la cámara. ¿Cuán confiable es este valor? Grabe un cronómetro digital durante 10 segundos y compare.

Busque una posición inicial donde la medida de la velocidad angular al pasar por la vertical se logre con la mayor precisión posible.

Indique la posición inicial escogida, incluya un diagrama. Explique por qué escogió esta configuración.



Experiencia 2.- Velocidad angular de la barra. Sea x la distancia desde el eje de rotación a la cruceta. Para cada configuración de la cruceta (x) mida 5 veces la velocidad angular de la barra al pasar por primera vez por la vertical (es decir debe filmar 5 videos desde el ángulo inicial hasta que pasa por primera vez la vertical). Llene la siguiente tabla:

x m	ω_{medido}					$\langle \omega_{med} \rangle$ rad/s	σ_ω rad/s
	rad/s	rad/s	rad/s	rad/s	rad/s		

Calcule la posición del centro de masa medida desde el eje de rotación y el momento de inercia con respecto al mismo eje para cada configuración de la T . Llenar la siguiente tabla, liste las unidades de cada columna bajo el encabezado entre los paréntesis.

x ()	x_{CM} ()	I_O ()

Escriba la ecuación que utilizará para determinar la velocidad de rotación de la cruceta al pasar por la posición vertical, ω_{calc} :

En la tabla a continuación repita los valores obtenidos para la velocidad angular medida en función de x ($\langle \omega_{med} \rangle$) y complete las columnas nuevas con ω_{calc} y el error absoluto y porcentual de ω_{med} en relación a ω_{calc} . Note que es este caso la expresión *error* no se refiere a la desviación estándar, sino a la diferencia entre la predicción y el resultado experimental. Recuerde que todas las cantidades tienen unidades. Especifique la unidad correspondiente en cada columna.

x ()	$\langle \omega_{med} \rangle$ ()	σ_ω ()	ω_{calc} ()	error-absoluto ()	error-porcentual ()

Grafique en Matlab en un mismo gráfico la velocidad angular calculada ω_{calc} en función de x como una línea continua (comando plot) y la velocidad angular medida $\langle \omega_{med} \rangle$ con su error aleatorio σ_ω como símbolos con barras de error vertical (comando errorbar) en función de x .

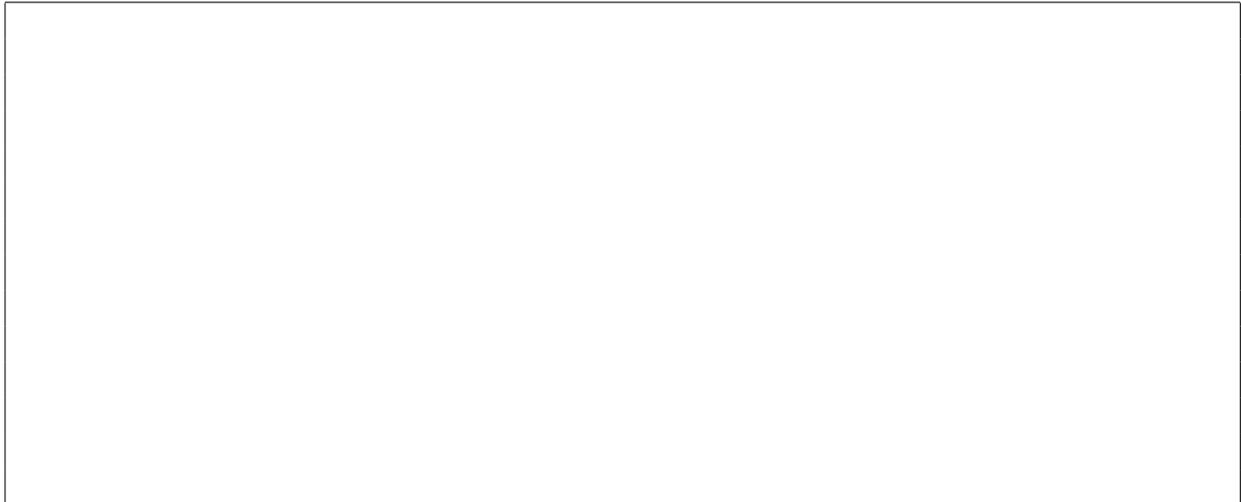
Ejemplo de gráfico:

```
errorbar(x_exp,omega_exp,err_omega,'+')  
hold on  
plot(x_calc,omega_calc)
```

Imprima y adjunte el gráfico.

E. Conclusiones

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general, no debe resumir otra vez todos los resultados, solo aquellos más importantes.



Anexo 1: Recetario útil ImageJ

- **¿Cómo rotar imágenes con ImageJ?** Seleccionar [Image](#) ► [Transform](#) ► [Rotate](#).
- **¿Cómo seleccionar un sector rectangular?** Demarcar región con [Rectangular Selection](#); aplicar [Image](#) ► [Crop](#).
- **¿Cómo medir el ángulo de una línea?** Seleccionar [Angle tool](#); presionar dos veces el botón izquierdo del mouse para trazar una línea de referencia y una tercera vez para trazar una segunda línea. Leer el ángulo en la parte inferior del panel ImageJ o bien presionar [Control + m](#) para realizar una medición.
- **¿Cómo medir la longitud de una línea en pixeles?** Seleccionar [Straight line selection](#); presionando el botón izquierdo del mouse, trazar línea y leer su longitud en la parte inferior del panel ImageJ o bien presionar [Control + m](#) para realizar una medición.
- **¿Cómo calibrar una longitud en pixeles?** Trazar una línea cuya longitud real sea conocida. Seleccionar [Analyze](#) ► [Set Scale](#); definir parámetros; aplicar opción Global.
- **¿Cómo abrir un video en formato avi?** Seleccionar [File](#) ► [Import](#) ► [Using QuickTime ...](#); cargar archivo.
- **¿Cómo cambiar de color las líneas?** Seleccionar [Edit](#) ► [Options](#) ► [Colors ...](#); escoger parámetros.
- **¿Cómo cambiar de grosor las líneas?** Seleccionar [Edit](#) ► [Options](#) ► [Line Width ...](#); escoger grosor.
- **¿Cómo cambiar las tonalidades de una imagen?** Seleccione [Image](#) ► [Adjust](#) ► [Brightness/Contrast](#) y escoja la opción que le parezca.

Unidad 4C: Sólidos rígidos–Torque y momento angular

Pauta de trabajo
Unidad 4C: Torque y Momento Angular

Nombre	RUT	Firma

Sección	Grupo

A. Objetivos

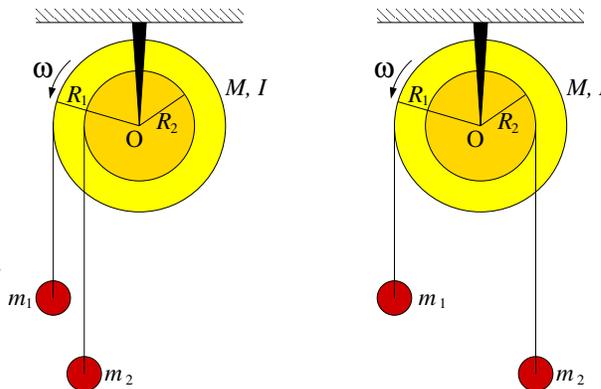
- Reconocer los efectos de la ecuación de torque para sólidos rígidos.
- Identificar los efectos del momento de inercia en la dinámica rotacional de los sólidos rígidos.
- Medir indirectamente el momento de inercia de un sólido mediante la aplicación de la ecuación de torque.
- Utilizar las herramientas de análisis de imágenes para medir ángulos.
- Usar los ajustes de curvas como herramienta de análisis de datos.

B. Materiales

- Polea masiva y pesos de distinta masa.
- Cámara web.
- Regla.
- Balanza digital.

C. Montaje

Para esta experiencia cada grupo contará con una polea masiva que puede girar con poco roce en torno a un eje ubicado en su centro. Tendrán además a su disposición un conjunto de golillas que podrán combinar para formar masas m_1 y m_2 , las cuales van colgadas de hilos. La polea tiene canales a dos radios diferentes donde es posible enrollar los hilos, tal como se indica en la figura. Los radios externo e interno son $R_1 = 5$ cm y $R_2 = 2,5$ cm. Los hilos pueden estar enrollados en el mismo sentido (figura de la izquierda) o en sentidos opuestos (figura de la derecha).



D. Experiencias

Experiencia 1.- Preliminares.

Verifique que la polea tenga poco roce con el eje. Para ello, hágala girar y deje que se frene libremente; repita la experiencia en ambos sentidos. Mida el tiempo que tarda en frenarse y compruebe que es del orden de 10 segundos.

Tiempo de frenado	
Giro en sentido positivo	
Giro en sentido negativo	

Experiencia 2.- Sentido de giro de la polea.

Mida el sentido de giro de la polea para una combinación de masas enrolladas en el mismo sentido y para tres combinaciones enrolladas en sentido opuesto. Compare con la predicción teórica. Llame M_1 la masa que cuelga del radio R_1 y M_2 la masa que cuelga del radio R_2 . Llene la siguiente tabla con los resultados:

Forma de enrollar	M_1	M_2	Cuerpo que baja (predicho)	Cuerpo que baja (observado)
Mismo sentido				
Sentido opuesto				
Sentido opuesto				
Sentido opuesto				

Experiencia 3.- Medición del momento de inercia

Coloque una combinación de masas diferentes entre sí que haga que la polea no acelere muy rápidamente. Comience a filmar, suelte la polea y filme hasta el final. Analice el video con ImageJ y obtenga 10 valores de ángulos para tiempos diferentes.

Complete la tabla de la derecha con los valores medidos.

Grafique los valores medidos con Matlab (no lo imprima aun, espere agregar el ajuste).

t_i	ϕ_i
()	()

A partir de la configuración experimental escogida por su grupo, realice los DCL de la polea y las masas y determine la ecuación de movimiento de la polea. Demuestre que esta ecuación corresponde a un movimiento con aceleración angular constante. Indique todos los datos numéricos (masas, radios, etc) y fórmulas que usará para la evaluación de las cantidades físicas importantes.

Usando la función `polyfit`, ajuste los valores a una parábola. Entregue el gráfico con los valores medidos y ajustados.

Indique el valor ajustado de la aceleración angular α y el valor deducido (experimental) del momento de inercia I_o^{exp} a partir de α . Calcule el valor teórico del momento de inercia I_o^{teo} a partir de los radios de la polea y su masa.

Valor ajustado de α ()	Momento de inercia I_o^{exp} ()	Momento de inercia I_o^{teo} ()

E. Conclusiones.

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general, no debe resumir otra vez todos los resultados.

Anexo 1: Medición de ángulos con ImageJ

Para medir los ángulos el procedimiento más cómodo es:

- Se filma la polea con la cámara web, iniciando la filmación desde antes de soltar.
- Se abre ImageJ y en el menú "Import" se lee la película como Avi o como secuencia de imágenes, dependiendo de cómo fue almacenado el video. Hecho esto, es posible analizar la película cuadro a cuadro.
- Se avanza la película hasta el momento en que ya se ha soltado la polea y se va midiendo el ángulo de la línea blanca cada cierto número de cuadros. Se anotan los ángulos y tiempos; para obtener el tiempo, en la parte superior izquierda de cada foto sale el número de cuadro, que se convierte a tiempo recordando que cada cuadro se toma aproximadamente cada 1/30 s. En todo caso se recomienda determinar con mejor precisión el número de cuadros por segundo mediante el mismo procedimiento que utilizó en la Unidad 4B (filmar un cronómetro).
- Con esto se obtiene una serie de ángulos para diferentes tiempos $\{t_i, \phi_i\}_{i=1}^N$. Para que la medición sea representativa se deben obtener al menos unos diez valores.

Anexo 2: Movimiento uniformemente acelerado

El movimiento de la polea en estas condiciones ocurre con aceleración angular constante α . Luego, el ángulo evoluciona en el tiempo como un movimiento uniformemente acelerado

$$\phi = \phi_o + \omega_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_o)^2 \quad (4C.1)$$

$$= A + Bt + \frac{1}{2}\alpha t^2 = A + Bt + Ct^2 \quad (4C.2)$$

donde se han absorbido los diferentes términos que tienen t_o en las constantes A y B y se ha definido $C = \alpha/2$. En la experiencia $\omega_o = 0$, pero ϕ_o y t_o serán típicamente diferentes de cero, de manera que en ecuación (4C.2) los coeficientes A y B serán diferentes de cero.

Para obtener el valor de α de los valores t_i y ϕ_i medidos se usa Matlab:

- Se construyen los vectores $t = [t_1 \ t_2 \ \dots]$ y $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots]$.
- Se grafica `plot(t,phi,'*')` para verificar que los datos parecen una parábola.
- Se pide a Matlab que encuentre la mejor parábola (el mejor polinomio cuadrático) que pase lo más cercano por los puntos. Este procedimiento se llama *ajuste* o *fit* y se hace en Matlab con la función `polyfit` que entrega los coeficientes del polinomio. En la ventana de comando, esta función se invoca de la siguiente manera:

```
>> coef = polyfit(t,phi,2)
coef =
    XX    YY    ZZ
```

donde XX es el coeficiente de t^2 (es decir $\alpha/2$), YY el coeficiente de t y ZZ el coeficiente constante. Nótese que el comando `polyfit` se llama dando como datos, en este orden: (i) el arreglo de tiempos (variable independiente), (ii) el arreglo de ángulos (variable dependiente), y (iii) el grado del polinomio a ajustar, en este caso 2.

Un ejemplo de código de Matlab para analizar los datos es el siguiente

```
t = [t1 t2 t3 ...] % Aqui se ingresan los arreglos
phi = [phi1 phi2 phi3 ...]
plot(t,phi,'*')
hold on % Se mantiene para poder sobreponer la curva ajustada
coef = polyfit(t,phi,2)

%Se calcula la curva ajustada con los coeficientes pero con un
%vector de tiempo t2 de modo que la curva sea mas suave
ti = 0;
tf = 10; %a definir por ustedes
dt = 0.1; %a definir por ustedes
t2 = ti:dt:tf;
phiaju = coef(1)*t2.^2 + coef(2)*t2+coef(3)
plot(t2,phiaju)
alfa=2*coef(1) % El valor buscado de alfa
```


Unidad 4D: Sólidos rígidos–Rodadura

Pauta de trabajo
 Unidad 4D: Rodadura

Nombre	RUT	Firma

Sección	Grupo

A. Objetivos

- Conocer el efecto de la distribución de masas sobre el momento de inercia de un cuerpo.
- Verificar el principio de conservación de la energía mecánica en situaciones de sólidos que rotan y se trasladan.
- Distinguir entre energía cinética de rotación y energía cinética de traslación.

B. Materiales

- Cámara web.
- Cilindros de PVC, plastilina, plano inclinado.
- Regla, transportador, balanza digital.

C. Montaje

Para esta experiencia cada grupo contará con un plano inclinado similar al que muestra la figura de la derecha y una cámara web apoyada en la superficie de la mesa. En el plano inclinado se deben hacer rodar unos cilindros de PVC preparados según se indica en el **anexo N°1**. Para la primera experiencia debe usar un cilindro solo, por lo tanto prepárelos según lo indicado en el **anexo 1**.



D. Experiencias

Experiencia 1.- Preliminares

Registre los siguientes datos con su error asociado

Distancia cámara-pista	
Altura de la cámara c/r superficie de la mesa	
ángulo de la pista c/r horizontal	
Longitud efectiva de la pista(*)	
Equivalencia 0.1 m en pixeles	

(*) Longitud real que se desplaza el centro del anillo sobre el plano.

Calcule teóricamente el tiempo que tardará el cilindro (sin masa adicional) en recorrer la pista. Escriban el desarrollo de este cálculo en el cuadro a continuación.

Con ese resultado puede estimar el número de cuadros que registrará en la película. Grabe uno o dos videos de la rodadura posando uno de los anillos sobre el plano inclinado en su extremos superior. Comience a grabar una película y suelte el anillo para que ruede cuesta abajo. Detenga la grabación una vez que el cilindro llegue al extremo inferior del plano. Cuide que el cilindro baje derecho sobre el plano. Compare con su predicción.

Tiempo estimado de descenso		Tiempo medido de descenso	
Ecuación	Valor numérico	(cuadros)	(s)

Comente en tres líneas las precauciones que deberá tener en las filmaciones definitivas.

Experiencia 2.- Mediciones y análisis

Complete las tres tablas siguientes, grabando 4 videos en cada caso. Adjunte un gráfico con las trayectorias y los ajustes como se explica en el **anexo 2**. Este gráfico debe ser presentado solo para uno de los cilindros utilizados.

CILINDRO A: Masa distribuida en la periferia.

Toma	Ajuste polyfit			Aceleración a_x (m/s ²)
	b_0 (m)	b_1 (m/s)	b_2 (m/s ²)	
1				
2				
3				
4				
			Promedio	
			Error (σ)	

CILINDRO B: Masa distribuida uniformemente.

Toma	Ajuste polyfit			Aceleración a_x (m/s ²)
	b_0 (m)	b_1 (m/s)	b_2 (m/s ²)	
1				
2				
3				
4				
			Promedio	
			Error (σ)	

CILINDRO C: Masa concentrada en el eje.

Toma	Ajuste polyfit			Aceleración a_x (m/s ²)
	b_0 (m)	b_1 (m/s)	b_2 (m/s ²)	
1				
2				
3				
4				
			Promedio	
			Error (σ)	

Experiencia 3.- Predicciones y verificación.

En base a las aceleraciones obtenidas en la parte anterior, infiera los valores I_{cm}/MR^2 para cada uno de los cilindros, donde I_{cm} es el momento de inercia de los cilindros con respecto a su centro de masa. Escriba el desarrollo de la expresión teórica que utilizará:

Cilindro	a_x [m/s ²]	I_{cm}/MR^2
A		
B		
C		

Realice 6 carreras de cilindros y examine el orden de llegada al extremo inferior de la pista. Suéltelos desde el reposo en la parte superior del plano inclinado y grabe su descenso. En este caso, ponga su cámara más arriba del plano para tener mejor perspectiva. Examinando los últimos cuadros de la película determine en que orden llegan los cilindros a la base del plano.

Cilindro	Carrera 1	Carrera 2	Carrera 3	Carrera 4	Carrera 5	Carrera 6	Promedio
A							
B							
C							

Relacione los resultados de esta tabla con las aceleraciones a_x medidas en la parte anterior.

E. Conclusiones

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general.

Anexo 1: Preparación de la experiencia

Tome cada uno de los tres cilindros de PVC y distribuya la plasticina en su interior en forma simétrica respecto al eje que pasa por el centro del cilindro. Se trata de generar geometrías simples para las cuales sea posible estimar su momento de inercia. En un caso distribuya la plasticina sobre el borde externo del cilindro, en otro distribuya la plasticina formando un disco y finalmente intente concentrar la plasticina en el centro del tercer cilindro.



Cuide que la distribución de masa garantice que se cumplan de mejor forma los supuestos de la descripción teórica de una rueda rodando; en particular, que el centro de masas coincida con el eje del cilindro. Además, que la distribución de masa sea simétrica con respecto al eje de simetría del cilindro. De no ser así, lo más probable es que el cilindro tienda a desestabilizarse a medida que incrementa su velocidad.

Apoye la cámara web en la superficie de la mesa y disponga el plano inclinado (en adelante, la pista) frente a la cámara, a unos 0.5 – 1.0 m de ella. El eje de la cámara debe ser perpendicular al plano sobre el cual ocurre el movimiento sobre la pista. Busque una configuración tal que se vea la mayor parte de la pista en el video. Si no es posible ver la pista completa, apunte la cámara tal que se grabe la parte central de la pista

Mida la inclinación de la pista con respecto a la horizontal. Ello se infiere de su ángulo con la vertical, definida por la dirección de una plomada que Ud. puede construir o implementar; o bien se puede medir con transportador o utilizando ImageJ. La inclinación ideal del plano probablemente estará en el rango 4° – 10° .

Para elegir la inclinación a usar, es importante probar que los cilindros aceleren suficientemente rápido para que sea medible, y que aceleren suficientemente lento de modo de alcanzar a medir al menos 6 pares (tiempo, posición) en el video grabado (y para que los cilindros aparezcan nítidos en el video).

¡Asegúrese de mantener esta configuración (cilindros, plano, cámara) inalterada durante toda la experiencia!

Anexo 2: Análisis

Abra *ImageJ* e importe cada una de sus películas.

ImageJ tiene una herramienta para medir distancias. La medición está en pixeles, así que establezca la relación entre pixeles y metros midiendo con *ImageJ* la banda negra en el borde del plano inclinado (que mide 0.1 m).

Luego mida y tabule la posición del centro del cilindro aproximadamente cada 5 o 10 cuadros con respecto a un punto arbitrario pero fijo durante sus mediciones. El número exacto de cuadros a saltarse para analizar las imágenes dependerá del tiempo total, por lo tanto del número de cuadros en total que se dispone. Se debe tratar de medir por un tiempo tal que la carrera del cilindro abarque la máxima distancia posible en la pista. De esta manera, se podrá poner en evidencia el comportamiento cuadrático de la distancia en función del tiempo. Por ejemplo, si un video tiene 60 cuadros, entonces analice cada 10 cuadros de manera de tener 6 pares de datos tiempo y posición. En cada video mida un mínimo de 6 pares (cuadro, posición).

Para cada película Ud. tiene una serie de pares (t, x) donde t se mide en número de cuadros y x es la distancia a lo largo del plano desde el extremo superior medida en pixeles. Ingrese esos datos a un archivo de Matlab, convierta el tiempo de cuadros a segundos, y la posición de pixeles a metros. La cámara web graba cuadros cada aproximadamente 1/30 segundos. Grafique (t, x) y verifique que obtiene aproximadamente una parábola. Ajuste un polinomio de segundo orden (`polyfit(t,x,2)`), tal que $x(t) = b_2 t^2 + b_1 t + b_0$. Si tiene dudas sobre el comando `polyfit`, escriba `help polyfit` en Matlab.

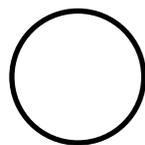
Para uno de los cilindros, grafique los cuatro ajustes obtenidos con `polyfit` junto con los datos medidos. Para ello se recomienda dividir la ventana en cuatro para mejor claridad, por ejemplo:

```
subplot(2,2,1), plot(t1,x1,ó'), hold on, plot(t1_fit,x1_fit)
subplot(2,2,2), plot(t2,x2,ó'), hold on, plot(t2_fit,x2_fit)
subplot(2,2,3), plot(t3,x3,ó'), hold on, plot(t3_fit,x3_fit)
subplot(2,2,4), plot(t4,x4,ó'), hold on, plot(t4_fit,x4_fit)
```

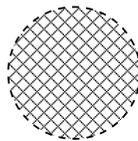
Rotule los gráficos con ejes, unidades, fecha y grupo. **Adjunte el gráfico a su informe.**

Relacione el coeficiente b_2 con la aceleración del cilindro (a_x) suponiendo un movimiento uniformemente acelerado. De esta forma, para cada cilindro, obtendrá 4 valores experimentales de a_x .

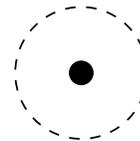
A partir de los valores obtenidos experimentalmente para a_x , infiera el valor experimental de I_{cm}/MR^2 en los tres casos de distribución de masa estudiados. En las situaciones idealizadas ilustradas en la figura los cocientes I_{cm}/MR^2 son 1, 1/2, & $\ll 1$ respectivamente.



Periferia



Uniforme



Centrada

Unidad 5A: Oscilaciones

Pauta de trabajo

Unidad 5A: Oscilaciones

Nombre	RUT	Firma	Sección	Grupo

A. Objetivos

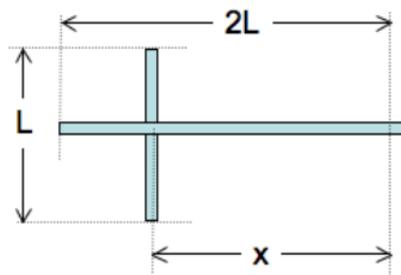
- Caracterizar el movimiento periódico de un péndulo físico, en particular la dependencia del período con la amplitud y con el largo.
- Identificar errores aleatorios y sistemáticos en las mediciones.

B. Materiales

- Soporte universal.
- Regla de 0.6 m de longitud con rodamiento cerca de un extremo.
- Regla de 0.3 m de longitud (crucecita para formar la T).
- Cámara web y programa de visualización.
- Regla y/o transportador.

C. Montaje

El montaje experimental es idéntico al usado en la unidad 4B. Consiste en una barra de longitud $2L$ y otra de longitud L ("crucecita") cruzada sobre la primera, formando una "T". La posición de la crucecita puede variarse fácilmente. Notar que al variar la posición de la crucecita, varían tanto la posición del centro de masa de la T como su momento de inercia (en este caso en torno al eje de rotación del extremo superior).



D. Experiencias

Experiencia 1.- Preliminares

Montar la cruceta y verificar el funcionamiento correcto de la cámara web, de acuerdo al **anexo 1**. Indique el ángulo inicial escogido (ángulo con respecto a la vertical) y estime su error.

ángulo inicial	Error Absoluto	Error Porcentual

Mida el número de cuadros por segundo que graba la cámara filmando por 10 segundos un cronómetro.

A continuación mida el período de oscilación de la cruceta, anote el número de medidas del período realizadas y su estadística:

N	$\langle T \rangle$	σ_T	$\sigma_T / \langle T \rangle$

Observaciones: Indique el número de videos tomados y la forma como se midió el período:

Experiencia 2.- Período en función del ángulo inicial θ_{max} .

El ángulo inicial θ_{max} , también llamado amplitud, es la constante de la expresión $\theta(t) = \theta_{max} \cos(\omega t + \varphi_o)$. A continuación estudiará la dependencia del período de oscilación en función de la amplitud de oscilación.

Indique la posición de la cruceta que utilizará en sus mediciones. Si es diferente de la utilizada en la experiencia anterior justifique la razón del cambio.

Complete la siguiente tabla con un mínimo de 5 amplitudes (θ_{max}) distintas. Si le es útil, copie los resultados de la tabla de *preliminares* en una línea de la tabla más abajo. φ_o es la constante de fase.

Amplitud	φ_o	N	$\langle T \rangle$	σ_T	$\sigma_T/\langle T \rangle$

Grafique con Matlab en una misma figura el período medido en función de la amplitud con su error absoluto y el período esperado para las pequeñas oscilaciones de un péndulo físico como la cruceta que usted usó. **Imprima y adjunte el gráfico al informe.**

Nota: Para el gráfico se debe conocer la posición del centro de masa y el momento de inercia del péndulo con respecto al eje de rotación I_o (realmente no es necesario conocer el momento de inercia, sino el cociente I_o/M). Ya se conoce la posición del centro de masa y el momento de inercia de la T, en caso de haberlo olvidado, se usa el teorema de los ejes paralelos (teorema de Steiner).

Experiencia 3.- Período en función de la longitud.

A continuación estudiará la dependencia del período de oscilación en función de la posición de la cruceta (x).

Indique que amplitud utilizará en sus mediciones. Si es diferente de la utilizada en las experiencias anteriores justifique la razón del cambio.

Calcule la posición del centro de masa medida desde el eje de rotación (x_{CM}) y el momento de inercia con respecto al mismo eje para cada configuración de la cruceta (I_o). Llene la siguiente tabla incluyendo unidades.

x	x_{CM}	I_o/M

Mida el período de la cruceta para cada configuración. Si le es útil, copie los resultados de la parte *preliminares* en una línea de la tabla. Calcule también el valor del período esperado (T_{calc}) suponiendo que la cruceta se comporta como un péndulo físico oscilando con amplitud pequeña.

x	N	$\langle T \rangle$	σ_T	$T_{calc.}$	$(\langle T \rangle - T_{calc.})/\sigma_T$

Grafique con Matlab en una misma figura el período medido en función de la longitud efectiva x_{CM} con su error absoluto y el período calculado para las pequeñas oscilaciones de la cruceta. Imprima y adjunte el gráfico al informe.

E. Conclusiones

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general.

Anexo 1

Al inicio de cada experimento es necesario verificar el funcionamiento correcto de los elementos a usar. Hoy se deberá medir repetidas veces el período de un péndulo. El objetivo de la sección *preliminares* es probar el equipo y estimar el error con el cual se puede medir dicho período.

Se recomienda comenzar con la T en su configuración más extendida (distancia del centro de masa al eje de rotación.)

Para medir el período del péndulo se debe grabar videos con al menos una oscilación completa del péndulo. Para minimizar el efecto del roce se debe medir el período de la primera oscilación en cada video, antes de que la amplitud de oscilación decaiga por efecto del roce. Para cada configuración experimental se debe grabar varios videos, tantos como sea necesario para llegar a un error menor al 10% en la determinación del período.

Estas mediciones serán muy rápidas, ya que simplemente se deberá examinar visualmente los videos cuadro a cuadro para encontrar el número de cuadros que corresponde al período. Recordar que el período corresponde al intervalo de tiempo entre dos fases idénticas del movimiento (por ejemplo, dos máximos sucesivos, dos mínimos sucesivos o la distancia temporal entre *tres* pasadas por la vertical). La cámara graba a aproximadamente 30 cuadros por segundo.

Unidad 5B+C: Oscilaciones amortiguadas y forzadas

Pauta de trabajo
Unidad 5BC: Oscilaciones Amortiguadas y Forzadas

Nombre	RUT	Firma	Sección	Grupo

A. Objetivos

- Determinar la frecuencia natural de oscilación del sistema.
- Reconocer que este sistema se describe por la ecuación de un oscilador amortiguado forzado.
- Realizar una serie de medidas de la amplitud de movimiento de un carro y de la frecuencia de forzaje, obteniendo así una curva de resonancia del sistema mecánico bajo estudio.

B. Materiales

- Un riel, un carro, dos resortes, un motor y una barra en forma de "L".
- Lentes de protección.
- Fuente de poder y cables.
- Cronómetro y una regla.
- Matlab.

C. Datos

- Masa del carro = 500 g
- Masa del motor más pernos más acrílico = 213 g
- Masa de la barra en forma de "L" = 40 g

Resumen Experiencia 1	
$\langle \omega_o \rangle \pm \Delta \omega_o$	
M	
$\langle k \rangle \pm \Delta k$	

Experiencia 2.- Medición de la constante de amortiguamiento.

En esta experiencia determine el tiempo característico de amortiguamiento τ , según se explica en el **anexo 3**. Llene la siguiente tabla con los tiempos t , la amplitud de cada oscilación $A(t)$, y el logaritmo natural de $A(t)/A_0$, donde A_0 es la amplitud inicial.

t ()	A ()	$\ln(A(t)/A_0)$ ()

Adjunte un gráfico del logaritmo de la amplitud de las oscilaciones en función del tiempo e indique el tiempo característico de amortiguamiento.

Experiencia 3.- Medición de la curva de resonancia.

Obtenga una serie de medidas experimentales de la amplitud de oscilación (parte estacionaria, B) en función de la frecuencia angular ω impuesta al sistema, tal como se indica en el **anexo 4**.

Estime el error absoluto de sus medidas de frecuencia de oscilación ω usando el cronómetro y el error absoluto de amplitud de oscilación B usando la regla:

Llene la siguiente tabla:

V_o	T_{medido}	$N_{\text{oscilaciones}}$	ω	B

Experiencia 4.- Resumen final.

Para concluir, les pedimos dibujar en un mismo gráfico bien rotulado, que deben adjuntar al informe:

- **Experiencia 3:** Graficar las 10 medidas de la amplitud B en función de ω , con su error estimado utilizando errorbar sin unir los puntos con líneas;
- **Curva teórica:** La curva de amplitud en función de ω considerando los valores medidos de la frecuencia natural ω_o y del tiempo característico de amortiguamiento τ (ver el anexo 5).

F. Conclusiones

Presente de manera concisa las conclusiones *objetivas* de la sesión en general.

Anexo 1

En esta sesión se utilizará una fuente de poder para alimentar de corriente a un motor, el cual opera a un voltaje máximo de 12 V. Se deberá manejar con cuidado la fuente, por seguridad no utilice un voltaje superior a 10 V. Fije el voltaje en 0 antes de encender la fuente de poder para evitar movimientos bruscos del motor.

La barra en forma de "L" rotará en torno al eje del motor, a una frecuencia máxima de rotación de aproximadamente 2 vueltas por segundo (2 Hz). Esta barra es la que actúa como elemento de forzamiento para el carro, de manera análoga al modelo simple expuesto en la guía teórica. Esta barra se encuentra firmemente acoplada al eje de rotación del motor. Se exige el uso de lentes de protección durante el uso del equipo experimental.

A diferencia de otras sesiones prácticas, existe un solo modelo de este experimento por mesa de trabajo, por lo que se debe adoptar un sistema de turnos. La experiencia 1 se realizará una sola vez por mesa, los tres grupos al mismo tiempo. Es una experiencia corta pero necesaria para el buen desarrollo del resto de la sesión. Las experiencias 2 y 3 se pueden realizar en cualquier orden entre ellas, pero después de la experiencia 1. Es aquí donde deberán implementar un sistema de turnos por grupo. La experiencia 4 debe realizarse al final, cada grupo por su cuenta.

Anexo 2

Esta experiencia deberá ser realizada al comienzo de la sesión práctica y una sola vez por mesa de trabajo, es decir los tres grupos al mismo tiempo.

Para ello imponga una condición inicial al carro y mida la frecuencia de oscilación (en unidades de rad/s). Se recomienda una velocidad inicial nula pero una posición inicial entre 5 y 10 cm con respecto a su posición de equilibrio. En realidad, tratándose de un oscilador amortiguado, lo que se mide es la frecuencia $\Omega = \sqrt{\omega_o^2 - (1/2\tau)^2}$, siendo ω_o la frecuencia natural de oscilación y τ el tiempo característico de amortiguamiento. Por ahora supondremos que la disipación es pequeña por lo que $\Omega \approx \omega_o$. Esta suposición será validada después.

Para medir la frecuencia de oscilación utilice un cronómetro para medir el tiempo que toma el carro en realizar 10 oscilaciones. Cada grupo deberá realizar 4 medidas, lo que dará un conjunto de 12 medidas por mesa, las cuales compartirán. Reporte el valor medio y la desviación estándar de ω_o . Además, determine el valor medio de la constante elástica total k , suponiendo que los resortes son iguales de constante $k/2$ (para resortes en paralelo se suman las constantes elásticas).

Anexo 3

En esta experiencia determinarán el tiempo de amortiguamiento del oscilador debido al roce. Para ello deben hacer oscilar al carro y dejarlo oscilar hasta que se detenga por efecto del roce. Deben grabar el movimiento del carro, sin embargo no es necesario grabar toda la amplitud del movimiento, basta con registrar la posición máxima que alcanza el carro en uno de los extremos de su trayectoria (es decir, la amplitud de oscilación). Se les recomienda organizarse por cada mesón para grabar tres videos, uno para cada grupo, después de haber realizado la experiencia 1.

Se espera que la amplitud de oscilación decaiga exponencialmente según la ley

$$A(t) = A_0 e^{-t/(2\tau)},$$

donde A_0 es la amplitud inicial y τ el tiempo de amortiguamiento que se desea medir. Al graficar $\ln(A(t)/A_0)$ en función del tiempo, se debería obtener una recta con pendiente negativa. La pendiente corresponde a $-1/(2\tau)$.

Anexo 4

En esta parte deberán obtener una serie de medidas experimentales de la amplitud de oscilación (parte estacionaria, B) en función de la frecuencia angular ω impuesta al sistema.

En primer lugar se recomienda encontrar, en forma aproximada, el voltaje de la fuente de poder para el cual el sistema es resonante, es decir para el cual el carro se mueve con una máxima amplitud. Para ello se recomienda partir con el carro en reposo en su posición de equilibrio. Aumente lentamente el voltaje hasta determinar el voltaje V_o donde la amplitud de oscilación es máxima.

Realice entonces una serie de medidas para al menos 10 valores de ω en torno a ω_o ; dicho de otra manera deberá medir la respuesta del sistema para al menos 10 valores de voltaje en torno a V_o ($\pm 20\%$). Recuerde que la respuesta máxima del sistema está dada por $\omega_r = \sqrt{\omega_o^2 - 2(1/2\tau)^2}$. En conclusión, Ω , ω_o y ω_r son diferentes, pero para disipación pequeña, $\Omega \approx \omega_o \approx \omega_r$.

Se debe medir ω para cada voltaje con el cronómetro y la amplitud de oscilación con la regla que se encuentra pegada al riel. Recuerde esperar que se amortigüe el estado transiente del sistema pues se quiere obtener la amplitud de oscilación en el estado estacionario. Estime el error absoluto de su medida de amplitud usando la regla.

Anexo 5

La solución estacionaria para un oscilador armónico forzado y amortiguado que satisface la ecuación de movimiento

$$\ddot{x} + \frac{\dot{x}}{\tau} + \omega_o^2 x = f_o \text{sen}(\omega t),$$

es

$$x_{est}(t) = \frac{f_o}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_o^2)^2 + (\omega/\tau)^2}} \text{sen}(\omega t - \delta),$$

con

$$\tan \delta = \frac{\omega}{\tau(\omega_o^2 - \omega^2)}$$

Unidad 6A: Ondas propagativas

Pauta de trabajo
Unidad 6A: Ondas Propagativas

Nombre	RUT	Firma

Sección	Grupo

A. Objetivos

- Describir las características de la solución de D'Alambert.
- Reconocer que con adecuadas combinaciones de sumas de soluciones de D'Alembert se pueden reproducir las distintas condiciones iniciales.
- Determinar la relación entre los parámetros físicos de un medio en el cual se propaga una onda a partir de las oscilaciones del medio.

B. Materiales

- Matlab:
 - Iteraciones
 - Evaluación de funciones
 - Gráfico de funciones
- Un sistema de varillas para producir ondas de torsión (demostrativo)
- Uso de ImageJ para medir distancias

C. Experiencias

Experiencia 1.- Interpretación de la solución de D'Alambert.

Usando Matlab escriba un programa que grafique la solución de D'Alambert

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

para las funciones f y g , en los intervalos de distancia x y tiempo t indicados en el **anexo 1**. Adjunte el archivo .m y los tres gráficos al informe.

Indique qué observa

Caso 1:

Caso 2:

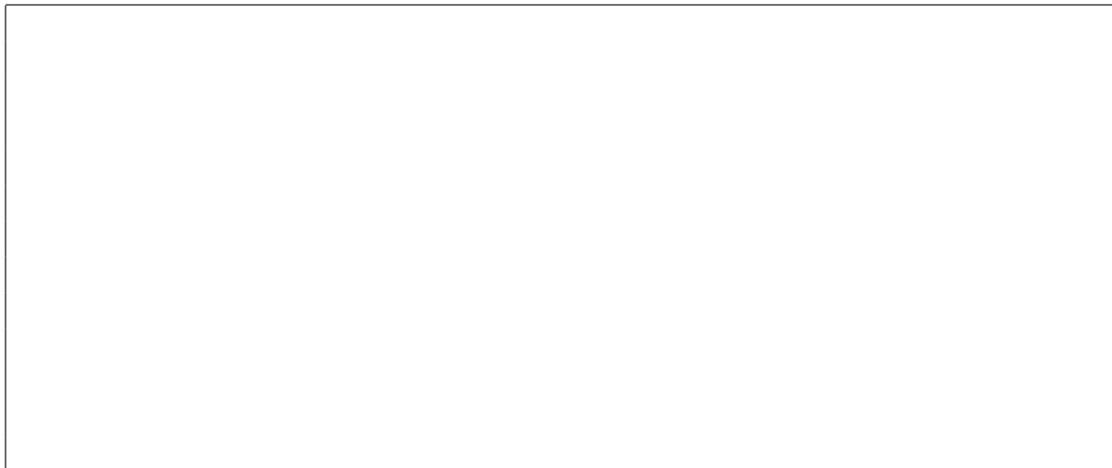
Caso 3:

Indique entonces cómo se interpreta la solución de D'Alambert a la ecuación de ondas.

Experiencia 2.- Velocidad vertical de la cuerda.

Considere las funciones $f(x) = g(x)$ indicadas en el **anexo 2**, y escriba un programa Matlab que grafique el desplazamiento u y la velocidad v usando los valores de x , t , y c indicados.

Indique qué se observa en el gráfico del desplazamiento u y la velocidad v .



Experiencia 3: Momentos de inercia del sistema de varillas.

Considere el sistema de varillas expuesto en clase, **anexo 3**. En u-cursos ustedes disponen de un video en el cual hay un pulso que se envía desde un extremo del sistema (con varillas de momento de inercia I_1) hasta el otro extremo (con varillas de momento de inercia I_2). Determine la velocidad de propagación del pulso en ambos medios para determinar el cociente entre los momentos de inercia, I_1/I_2 .

Escriba la expresión que permite obtener I_1/I_2 a partir de las velocidades medidas, c_1 y c_2 .

Llene con los datos medidos

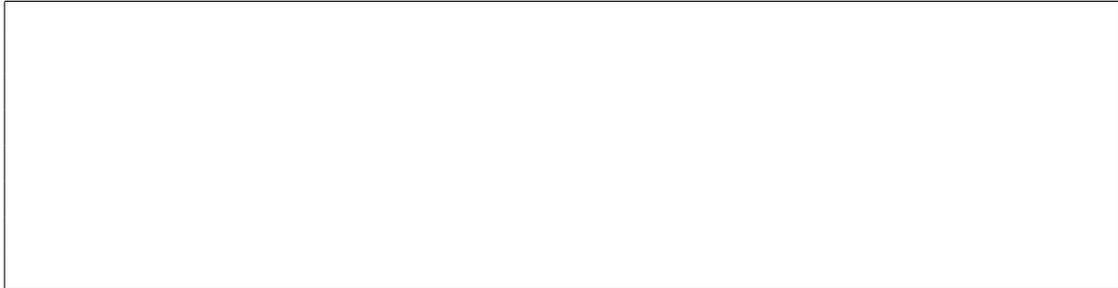
Velocidad medio 1	
Velocidad medio 2	

Nota: como después tendrá que dividir las velocidades, puede usar las unidades que desee mientras sea consistente (por ejemplo, pixeles/cuadro).

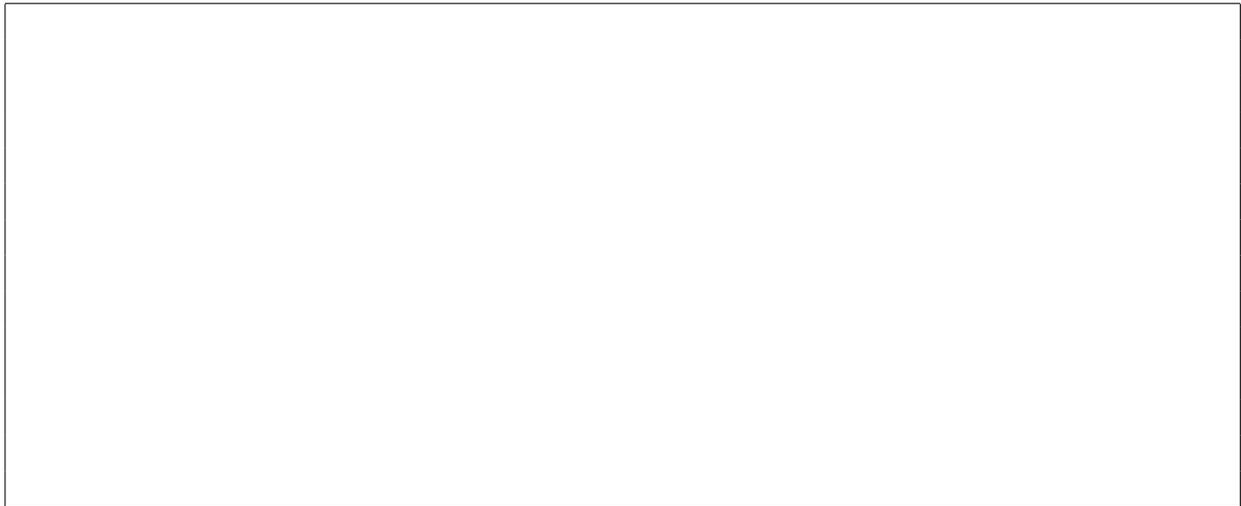
Escriba el valor que resulta

$I_1/I_2 =$

Compare con el valor teórico que se obtiene de medir los largos de las varillas.



D. Conclusiones.



Anexo 1: Funciones f y g

Se vio en clases que

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

es solución de la ecuación de ondas para cualquier función f y g . En esta primera experiencia se pide graficar $u(x, t)$ en función de x a medida que el tiempo avanza para las siguientes funciones f y g .

Caso 1

$$f(x) = \frac{1 \text{ cm}}{(x/5 \text{ cm})^2 + 1}$$

$$g(x) = 0$$

Graficar en el rango $-100 \text{ cm} < x < 100 \text{ cm}$ para $t = 0, \dots, 40 \text{ s}$. Usar $c = 1 \text{ cm/s}$ y $c = 2 \text{ cm/s}$.

Caso 2

$$f(x) = 0$$

$$g(x) = \frac{2 \text{ cm}}{\exp(x/10 \text{ cm}) + \exp(-x/5 \text{ cm})}$$

Graficar en el rango $-100 \text{ cm} < x < 100 \text{ cm}$ para $t = 0, \dots, 40 \text{ s}$. Usar $c = 1 \text{ cm/s}$.

Caso 3

$$f(x) = \frac{1 \text{ cm}}{(x/5 \text{ cm})^2 + 1}$$

$$g(x) = \frac{2 \text{ cm}}{\exp(x/10 \text{ cm}) + \exp(-x/5 \text{ cm})}$$

Graficar en el rango $-100 \text{ cm} < x < 100 \text{ cm}$ para $t = -80 \text{ s}, \dots, 80 \text{ s}$. Usar $c = 1 \text{ cm/s}$.

A modo de ejemplo, un programa Matlab que realiza el primer caso con $c = 1$ es

```
c=1;
x=-100:1:100;
for t=0:2:40
    y=x-c*t;
    u=1./((y./5).^2+1);
    plot(x,u)
    pause
end
```

donde se debe apretar Enter para pasar de un gráfico al otro.

Anexo 2: Cálculo de la velocidad vertical de la cuerda.

Si

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

es el desplazamiento vertical de una cuerda tensa, entonces la velocidad vertical de cada pedazo de cuerda se obtiene como $v(x, t) = du(x, t)/dt$. Usando la regla de la cadena se obtiene

$$v(x, t) = -cf'(x - ct) + cg'(x + ct)$$

donde f' y g' son las derivadas de f y g respecto a su argumento.

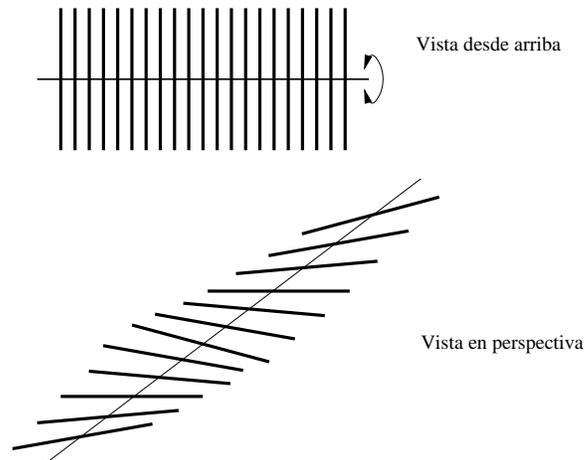
Considere el caso en que

$$f(x) = g(x) = \frac{1 \text{ cm}}{(x/5 \text{ cm})^2 + 1}$$

Se pide graficar u y v en el rango $-100 \text{ cm} < x < 100 \text{ cm}$ y $t = 0, \dots, 40 \text{ s}$. Use $c = 1 \text{ cm/s}$.

Anexo 3

En la guía teórica se describió las propiedades del sistema de la figura



donde se vio que

$$c = \sqrt{T\Delta^2/I}$$

con T un torque característico del hilo, Δ la separación entre las varillas e I el momento de inercia de éstas.

En el laboratorio disponemos de un sistema que tiene varillas de dos largos diferentes, con momentos de inercia diferentes I_1 e I_2 .



Unidad 6B: Ondas estacionarias

Pauta de trabajo
Unidad 6B: Ondas Estacionarias

Nombre	RUT	Firma

Sección	Grupo

A. Objetivos

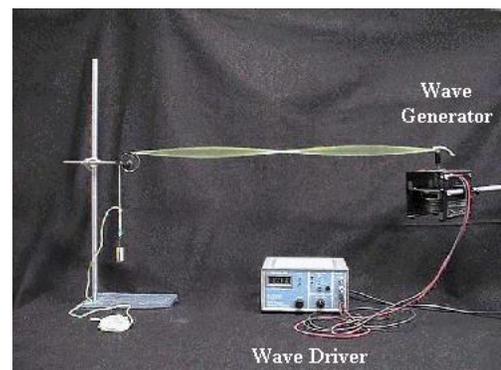
- Visualizar ondas viajeras y estacionarias en una cuerda tensa.
- Usar las ecuaciones cinemáticas para ondas viajeras y estacionarias.
- Determinar frecuencia y longitud de onda de modos normales de oscilación de una cuerda finita.

B. Materiales

- Video con ondas en un arreglo de varillas.
- Generador de señales (frecuencia)
- Cuerda fija en dos extremos.
- Masas para tensar cuerda y balanza digital.

C. Montaje

Se dispondrá del montaje experimental mostrado en la imagen. Un extremo de la cuerda se ata al generador de pulsos, que oscila con amplitud y frecuencia variables. El otro extremo de la cuerda pasa por una pequeña polea a una distancia L desde donde se aplica una tensión conocida colgando masas calibradas. Dada la tensión y largo de la cuerda esta tendrá modos normales de oscilación bien definidos.



D. Experiencias

Experiencia 1.- Longitud de onda vs momento de inercia de varillas.

Bajar video6b.avi de u-cursos. Medir la longitud de onda y completar la siguiente tabla de acuerdo al **anexo 1**:

varillas largas			varillas cortas		
N_l	λ_l	σ_l	N_c	λ_c	σ_c

Calcular la razón entre los momentos de inercia de las varillas largas y cortas. Indique la expresión que utilizará para I_l/I_c y su valor numérico:

Compare el valor de I_l/I_c con el esperado.

Experiencia 2.- Cálculo de tres primeras frecuencias de modos normales f_{nc} .

Ahora debe generar modos normales $n = 1, 2, 3, \dots$ en una cuerda tensa forzada con frecuencias entre 1 y 100 Hz. Varíe lentamente la frecuencia del generador de pulsos hasta obtener el primer, segundo y tercer modo normal. Para cada modo normal, anote la longitud de onda y la frecuencia a la cual se forma.

Debe calcular la densidad lineal de cuerda. Note que debe ser cuando está tensada, pues su densidad lineal cambia con su elongación.

largo cuerda tensada	masa cuerda	densidad lineal de masa

Longitud (solo de la parte que oscila) y tensión de cuerda en montaje experimental:

L	masa carga	tensión

Frecuencias normales teóricas de la cuerda en el montaje experimental (sub-índice c es de calculado):

f_{1c}	f_{2c}	f_{3c}

Experiencia 3.- Medición de las tres primeras frecuencias de modos normales f_n **anexo 2** (copie las frecuencias f_{nc} calculadas).

n	f_n	f_{nc}	λ_n	λ_n/L
1				
2				
3				

E. Conclusiones

Anexo 1: Razón de momentos de inercia

En el video6B.avi publicado en U-Cursos se muestra el mismo arreglo de varillas de distinto largo utilizado en la experiencia 6A. Estas están siendo perturbadas en un extremo por un movimiento periódico de modo de producir ondas armónicas desplazándose hacia la izquierda. En esta primera experiencia se pide que midan la longitud de onda en el sector de varillas largas y en el sector de varillas cortas. A partir de estas medidas determine la razón entre los momentos de inercia de las varillas largas y las varillas cortas.

1. Medir la longitud de onda (en pixeles) en el sector de varillas largas tantas veces como sea necesario de modo de obtener un error de medición relativo menor a un 5%. Para ello puede medir cuadros distintos del video o bien medir en sectores distintos en cada cuadro, siempre y cuando sean todas las varillas del mismo largo. Reporte el número de mediciones N_l , la longitud de onda λ_l (en pixeles) y su desviación estándar σ_l (en pixeles).
2. Repita para el sector de varillas cortas N_c , λ_c , σ_c .
3. Calcule el cociente de los momentos de inercia I_l/I_c a partir de λ_l/λ_c . Comente si es consistente con el valor esperado a partir de la razón de los largos de las varillas largas y varillas cortas.

Anexo 2:

Calcule en forma teórica la frecuencia a la cual se forman los modos normales que encontró de manera experimental (para eso necesita conocer la velocidad de fase, dependiente de la tensión y densidad lineal de masa de la cuerda). Compare los valores medidos (f_n) y calculados (f_{nc}) de las frecuencias de resonancia y comente sobre su similitud o diferencia.

1. Medir el largo y la masa de la cuerda. Necesitan calcular la densidad lineal de masa de la cuerda ya tensada, para ello marque los extremos de la cuerda tensa y luego mida su largo natural (no tensado).
2. Medir el largo de la cuerda entre el generador de pulsos y la polea con su estimación de error. Calcular la tensión de la cuerda a partir de la masa colgada. El profesor o los auxiliares indicarán a cada grupo la masa y largo de la cuerda para su experimento.
3. Calcular las frecuencias de los tres primeros modos normales para el montaje experimental de la experiencia 2.

Unidad 7B: Hidroestática–Principio de Arquímedes

Pauta de trabajo
Unidad 7B: Hidrostática

Nombre	RUT	Firma	Sección	Grupo

A. Objetivos

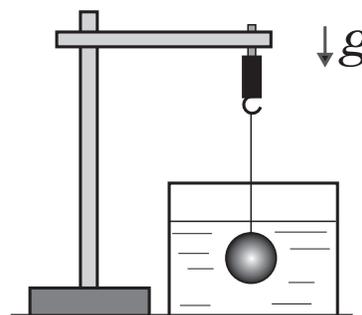
- Reconocer que los cuerpos sumergidos experimentan una fuerza de empuje vertical, en sentido opuesto al peso del mismo.
- Realizar medidas de fuerza de empuje con objetos sumergidos en agua.
- Realizar una calibración del sensor de fuerza.
- Verificar experimentalmente el principio de Arquímedes.

B. Materiales

- Sensor de fuerza, varias masas conocidas
- Una esfera de vidrio y un cilindro metálico
- Un soporte universal
- Una cubeta, agua
- Pie de metro y una balanza digital
- Matlab y SignalExpress

C. Montaje

Se dispone de un montaje experimental (imagen de la derecha) que permite estudiar el principio de Arquímedes y la fuerza de empuje que siente un objeto de cierta densidad ρ_o al estar sumergido bajo un fluido de densidad ρ_f . Se usará el sensor de fuerza en el extremo del soporte universal y se realizará la adquisición de datos con la tarjeta de adquisición.



D. Experiencias

En esta práctica se realizarán medidas de fuerza (peso), longitud y masa. Las medidas de fuerza se realizarán usando el sensor, la tarjeta NI-USB-DAQ y el programa SignalExpress. En U-Cursos encontrará un programa llamado *Empuje-SignalExpress.seproj* que le permitirá tomar 1 s de medidas a una velocidad de 200 medidas por segundo. Para cada medida de fuerza deberá reportar el valor promedio y el error obtenido con esta serie de medidas.

Experiencia 1.- Calibración del sensor de fuerza en el rango ± 10 N.

El buen desarrollo de esta sesión requiere de una calibración de cada sensor de fuerza. Esto significa que cada grupo tendrá que obtener las constantes de conversión A y B de la relación lineal $F = A \cdot U + B$ de su sensor de fuerza. Es importante notar que la masa del gancho del sensor, que llamaremos m_G , no es conocida. En principio se debe tratar de determinar esta masa. Para ello siga el procedimiento indicado a continuación.

1. Mida el voltaje correspondiente al peso del gancho del sensor, primero con el sensor apuntando hacia "arriba", y después, hacia "abajo". Denotaremos al conjunto voltaje-fuerza (U_-, F_-) y (U_+, F_+) respectivamente.
2. Para al menos 4 masas diferentes, obtenga una medida del valor medio y error absoluto de cada voltaje asociado. Reporte los datos en una tabla. Agregue a esta tabla los valores obtenidos en la parte anterior.
3. A través de una regresión lineal obtenga los valores de las constantes A y B . Para ello siga estos pasos: (1) Dado los valores promedios de cada voltaje asociado a cada masa se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned} F_- &= -m_G g = A \cdot U_- + B, \\ F_+ &= +m_G g = A \cdot U_+ + B, \\ F_1 &= (m_1 + m_G)g = A \cdot U_1 + B, \\ F_2 &= (m_2 + m_G)g = A \cdot U_2 + B, \text{ etc...} \end{aligned}$$

donde m_1, m_2, \dots son las masas utilizadas. (2) A pesar de que no conocemos m_G se puede realizar una regresión lineal con el conjunto de datos $(U_1, m_1g), (U_2, m_2g), \dots$ pero con las constantes A y $B' \equiv B - m_G g$. (3) Determinados A y B' , obtenga B y m_G con las dos ecuaciones para F_- y F_+ .

Nota: La regresión lineal se debe hacer con la función `polyfit` de Matlab. Si tiene dudas de su utilización escriba `help polyfit` en la línea de comando de Matlab.

Experiencia 2.- Principio de Arquímedes.

En esta parte se estudiará el efecto de sumergir un objeto de masa y volumen conocido bajo el agua. Se estudiarán dos objetos, una esfera de vidrio y un cilindro metálico. El objetivo principal es verificar que se cumple el principio de Arquímedes.

Se pide que haga lo siguiente:

1. Usando la balanza digital, mida por separado la masa de la esfera y del cilindro. Realice 5 medidas y, reporte un valor promedio y su error absoluto. Si la desviación estándar es nula, considere la precisión del instrumento.
2. Usando el calibre, mida por separado el volumen de la esfera y del cilindro. Realice 5 medidas y, reporte un valor promedio y su error absoluto. Si la desviación estándar es nula, considere la precisión del instrumento.
3. Usando los datos obtenidos, determine la densidad de cada uno de los objetos (ρ_o).
4. Con el sensor de fuerza mida el peso de cada objeto, que denotaremos P_o , *sin que estos estén sumergidos bajo el agua*. Compruebe que $P_o = M_o g$, donde M_o es la masa del objeto.
5. Con los cuerpos completamente sumergidos en agua, repita las mediciones del peso de cada objeto (P_1).
6. Determine la fuerza de empuje E que experimenta cada objeto a partir de las medidas de $P_o \pm \Delta P_o$ y $P_1 \pm \Delta P_1$. Compare sus mediciones de E con la predicción del Principio de Arquímedes, es decir $E = \rho_f V g$.

E. Conclusiones.