

Trabajo Dirigido Examen

Profesores: María Luisa Cordero, Roberto Rondanelli

Auxiliares: Hojin Kang, Miguel Letelier, Claudio Lopez

22 de diciembre de 2016

1. Considere una partícula que se deja caer verticalmente desde el reposo a una altura H y que sufre roce con el aire de la forma $F_{roce} = -\gamma v$.

Se busca comparar el tiempo que tarda en caer y la velocidad con la que golpea al suelo con los valores que se obtienen en ausencia de roce: $\sqrt{2H/g}$ y $\sqrt{2gH}$, respectivamente.

Para eso, resuelva numéricamente la ecuación de Newton que resulta con los parámetros $m = 1 \text{ kg}$ y $H = 10m$ con $\gamma = 0; 0.1 \frac{\text{kg}}{\text{s}}; 0.2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}; \dots; 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. Grafique el tiempo de caída y la velocidad con que llega al suelo en función de γ

2. Suponga se tiene un cilindro hueco dispuesto en un plano inclinado infinito, con un ángulo de inclinación α .

Ocupando 2 formas distintas, encuentre la velocidad del cilindro hueco, luego de haber descendido una altura h .

3. Un péndulo simple está compuesto de una masa m atada al extremo de una cuerda de largo l .

Asuma que un péndulo sufre un torque de fricción $-mb_1\dot{\theta}$ producido por el punto de soporte, y una fuerza de fricción (de toda la vida) $-b_2v$, donde v es la velocidad de la masa.

i) Encuentre el tiempo requerido para que la amplitud decaiga a $\frac{1}{e}$ de su (pequeño) valor inicial.

ii) Como deben ser m y l si se desea que el péndulo oscilara el mayor tiempo posible? y el menor tiempo posible?

4. Rocío se encuentra sentada en un columpio, pensando en la complejidad de la vida... Luego llega su amiga, Lucía, para acompañarla en su tortura. Al mismo tiempo Lucía comienza a echarle vuelo a Rocío con una fuerza $F_o \sin(\omega t)$.

i) Como se escribiría la ecuación de movimiento de esta situación si entre el columpio y Rocío, se observa una masa M ?

ii) Como se escribiría la ecuación de movimiento si Lucía moviera un resorte, que empujara a Rocío, con $X_o \sin(\omega t)$? (Note la diferencia con el caso anterior)

iii) Asuma una fuerza de roce viscoso proporcional a la velocidad.

iv) Explique brevemente, como es que una persona puede 'Echarse vuelo solo'

5. Supuestamente alguien pidió a Arquímedes determinar si una corona hecha para el rey era de oro puro. La leyenda dice que el resolvió el problema al pesar la corona primero en el aire y luego en agua. Suponga que la balanza indicó 7,84 Newton en aire y 6,84 en agua. ¿Que le dijo Arquímedes al rey?

Siga el proceso que usted ocuparía para deducir si esta corona efectivamente era de Oro sólido ocupando los siguientes datos.

Sustancia $\rho(kg/m^3)$

Agua pura - $1 * 10^3$

Hierro - $7,86 * 10^3$

Oro - $19,3 * 10^3$

6. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda viene dada por $\Psi(x, t) = 10\text{sen}(2\pi t - \frac{\pi x}{0,1})$, escrita en el SI. Hallar:

i) La velocidad de propagación de la onda.

ii) La velocidad y aceleración máxima de las partículas de la cuerda.

7. Tenemos un casquete semiesférico de un material desconocido que tiene radio r y densidad σ_e . Dentro del casquete ponemos un cuerpo de masa m , el cual debe ser entregado a una isla que se encuentra a una distancia d (no hay nada que bloquee el camino mas corto entre la isla y la posición inicial) desde donde se envía. El cuerpo de masa m esta hecho de papel, por lo que no se puede mojar, pero sabemos que si dejamos el cuerpo y el casquete en el agua estos se hunden.

Para solucionar este problema usted, como buen ingeniero, propone unir una hélice de largo L y masa M al casquete. La hélice gira con una velocidad angular ω_0 , lo cual provoca que el aire, de densidad ρ_A , se desplace con una velocidad v_0 debajo de la hélice. Considere que la hélice solo afecta el aire que se encuentra debajo de esta. También ignore las interacciones entre la hélice y el casquete. Puede considerar la densidad del agua ρ_{agua} como dato. Calcule:

i) El ángulo θ que debe formar la hélice con la horizontal, para que el casquete llegue tan pronto como sea posible a la isla. Recuerde que el cuerpo que se encuentra dentro del casquete no se puede mojar.

ii) Para el ángulo calculado en (i), encuentre el tiempo que se demorará para llegar a la isla. Ignore los efectos del roce con el aire

8. Luego de terminar el examen del curso FI-1002 Sistemas Newtonianos, usted por fin sale de vacaciones. Para celebrar decide ir de viaje al caribe, pero el jet privado en el que iba viajando cae en medio de una isla, y usted es el unico sobreviviente. Lo único que tiene a su disposición es un vaso cilindrico de largo L , radio R y densidad σ , una hoja de papel y un lapiz. Dentro del vaso cilindrico hay un resorte de constante elástica k y largo natural l_0 . ($l_0 < L$)

En su desesperación usted escribe un mensaje en la hoja, que tiene masa m y lo une al otro extremo del resorte (para que no se separe del vaso), y lanza el vaso en el mar esperando que alguien encuentre el mensaje y venga a su rescate. Considere que el movimiento del mar es solo vertical, y tiene la forma $y = A * \text{sin}(\omega_0 * t)$. El mensaje siente un roce viscoso, caracterizado por un coeficiente γ , pero solo en la dirección vertical.

Vamos a considerar que si el mensaje alcanza una altura mayor a L desde la base del vaso (es decir si sale del vaso), el mensaje se moja y se pierde. Encuentre el valor mínimo que debe tener L para que

esto no ocurra. Para esto proceda como se indica a continuación:

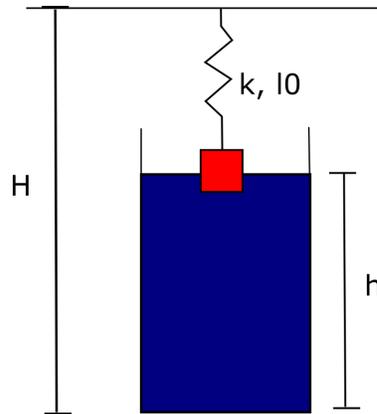
i) Escriba la ecuación de fuerzas para el sistema completo de vaso, resorte y mensaje. Puede considerar la densidad del agua como ρ_A .

ii) A partir de la ecuación encontrada en la parte (i) encuentre un valor mínimo de L , para que no se hunda el vaso completo.

iii) A partir de la ecuación que encuentro en (i) encuentre una ecuación para el movimiento del mensaje. Encuentre el valor mínimo que debe tener L para que el mensaje nunca alcance una altura superior a L desde la base del vaso.

iv) Concluya cual debe ser el valor de L

9. Se tiene un envase con agua hasta una altura h respecto a la base. Además hay un techo a una altura H respecto a la misma base, unido al cual hay un resorte de constante elástica k y largo natural l_0 ($H - h < l_0$). Al extremo del resorte se une un bloque de lado L y densidad ρ , que siente roce viscoso, con coeficiente de roce γ . Se configura el sistema como en la siguiente figura:



i) Encuentre la posición de equilibrio del bloque.

ii) En un momento se empieza a mover el techo según la ecuación $y = H + A * \sin(\omega_0 * t)$. Encuentre la ecuación de movimiento para el bloque

iii) Encuentre una condición sobre A para que el bloque no salga del agua.

iv) Grafique la posición del bloque en función del tiempo para un valor de A dado.