Auxiliar #9

Tema: Oscilaciones amortiguadas y forzadas

Auxiliares: Natalia Diaz, Hojin Kang & Miguel Letelier

14 de noviembre de 2016

P1 Se tiene un anillo de masa M unido a un resorte de constante elástica k y largo natural l_0 , sobre una mesa que tiene un coeficiente de roce estático con el anillo μ tal como se muestra en la figura 1. Considere que el anillo rueda sin resbalar sobre la mesa:

- a) Encuentre la ecuación de movimiento del anillo para pequeñas oscilaciones:
 - i) Despreciando el roce con el aire
 - ii) Considerando el roce con el aire de la forma $F_r = -bv$
- b) Para el segundo encuentre el tiempo característico que demora en atenuarse el movimiento oscilatorio.

Figura 1:

P2 Se tiene un cilindro macizo de densidad ρ_c sumergido en un fluido de densidad ρ tal como muestra la figura 2. Se sabe además que el cilindro experimenta una fuerza de roce proporcional a su velocidad de la forma $F_{roce} = -bv$ con b conocido.

- a) Encuentre el período y el tiempo de decaimiento del sistema para pequeñas oscilaciones. Puede ser útil saber que la fuerza de empuje está dada por: $E = \rho_l V_d g$
- b) Encuentre la amplitud y la fase (ϕ_0). Para esto considere $y_0 = 1 \text{ cm}$ y $v_0 = 2 \text{ cm/s}$.
- c) Considere que ahora el alguien empuja el cilindro desde arriba periódicamente con una fuerza de magnitud $F = F_0 \text{sen}(\omega t)$. Desarrolle la parte a) considerando esta nueva condición.

Figura 2:

P3 Se tiene un oscilador como el que se muestra en la figura 3, donde la pared de la izquierda oscila de acuerdo a $x_0 \text{sen}(\omega t)$. Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula de masa m :

- a) Sin considerar el roce
- b) Considere una fuerza de roce de la forma $F_r = -bv$

$x_0 \text{sen}(\omega t)$

Figura 3:

Formulario

- $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi_0)$
- $\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow x(t) = A e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\Omega t + \phi_0)$
donde $\Omega = \omega_0^2 - (\frac{1}{2\tau})^2$
- $\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{M} \text{sen}(\omega t)$

$$x(t) = \frac{F_0/M}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau})^2}} \text{sen}(\omega t - \delta) + A e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\Omega t + \phi_0)$$