

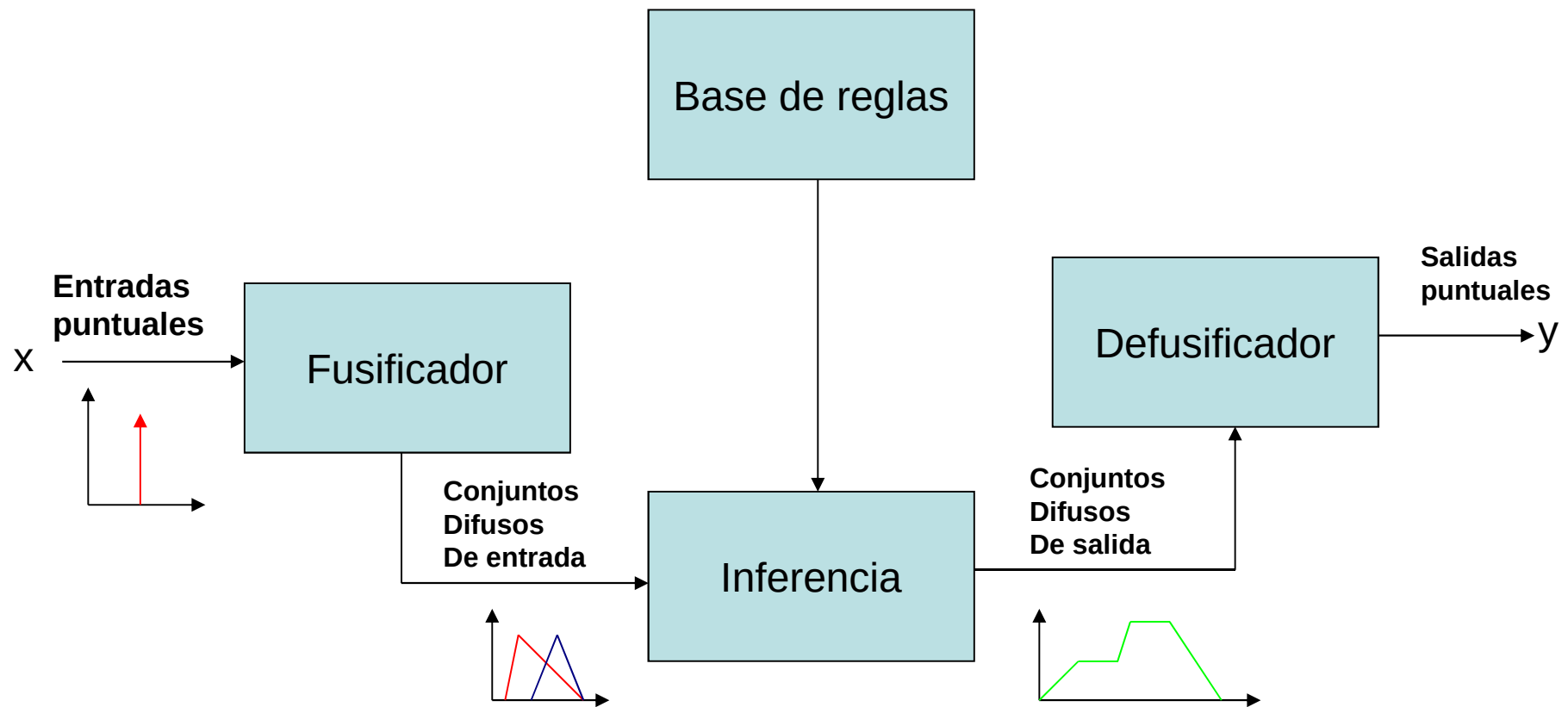


Introducción a Sistemas Difusos Tipo-2

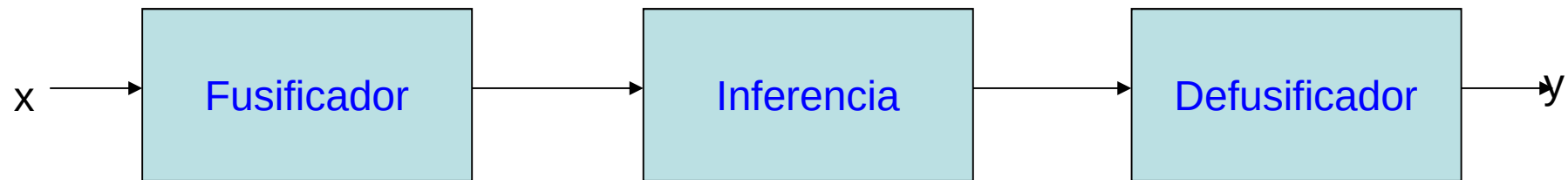
Luis G. Marín

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

Modelo computacional Sistemas Difusos



Opciones de construcción



Singleton
Non-singleton

Funciones de
pertenencia:

Triangulares
Trapezoidales
Guassianas

....

T-normas:
Producto
Mínimo

....

S-normas:
Máximo
Suma

.....

Centroide
Centroide discreto
Promedio de centros
Máximo de centros

.....

Incertidumbre, funciones de pertenencia y conjuntos difusos tipo dos

La incertidumbre y sus múltiples facetas.

- En el dominio empírico, la incertidumbre aparece asociada a los errores y resoluciones en los instrumentos de medición.
- En un dominio cognoscitivo , la incertidumbre emerge de la vaguedad y la ambigüedad del lenguaje natural.

ej. El café está como **tibio**

ej. Por favor llegue **temprano**.

Incertidumbre y sistemas difusos

- Incertidumbre en el significado de las palabras que se usan en las reglas.
- Incertidumbre en los consecuentes que son usados en las reglas.
- Incertidumbre en las medidas.
- Incertidumbre en los datos empleados para diseñar el sistema difuso.

Incertidumbre y sistemas difusos

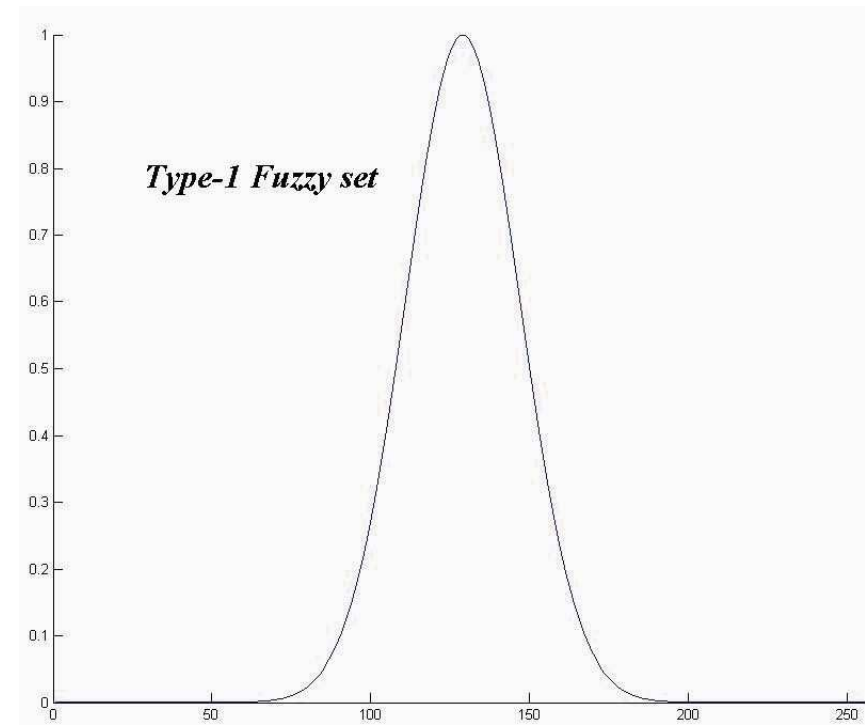
- La lógica difusa tipo uno maneja la incertidumbre acerca de los significados de las palabras por medio de funciones de pertenencia precisas.
- La incertidumbre asociada a la definición de las palabras se relaciona con la vaguedad.

Conjuntos difusos tipo dos

Motivación



su definición
de
adecuada
(Etiqueta lingüística)

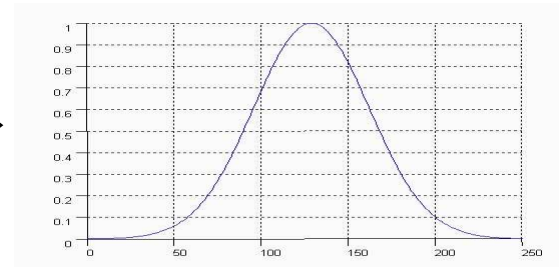


Temperatura (C)
Variable Lingüística

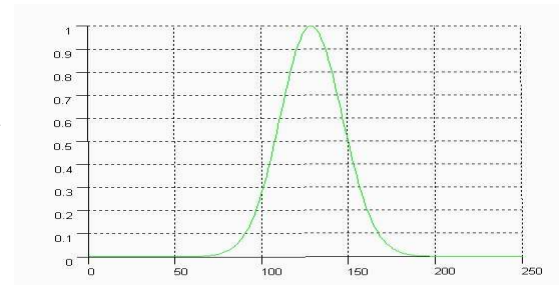
Generalmente las palabras (Etiquetas lingüísticas) tienen significados difusos

Motivación

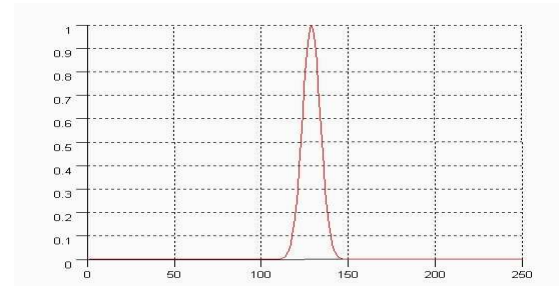
Experto (1)
adecuada



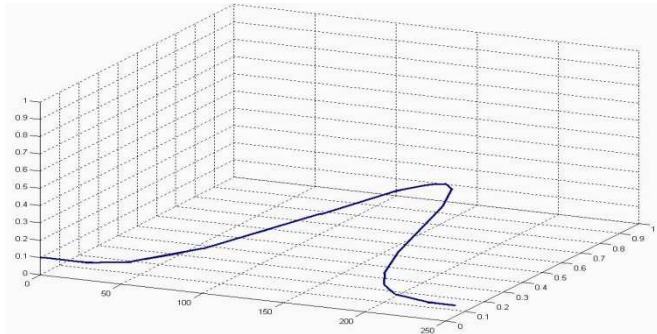
Experto (2)
adecuada



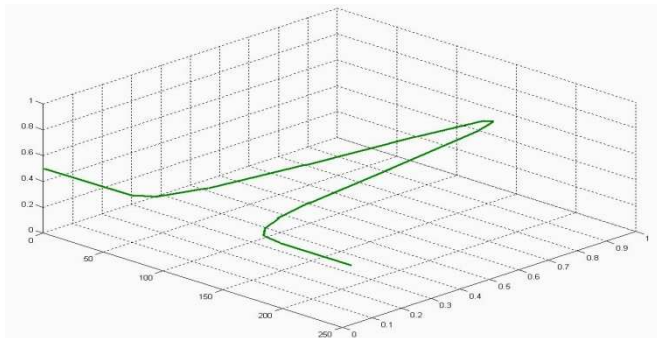
Experto (M)
adecuada



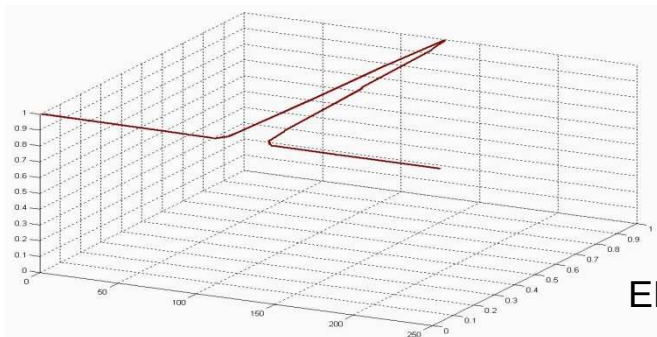
Motivación



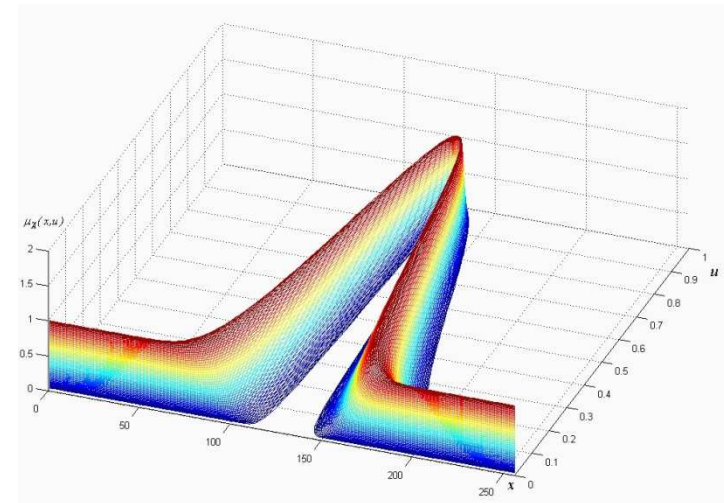
$$\mu(x, u) = 0.1$$



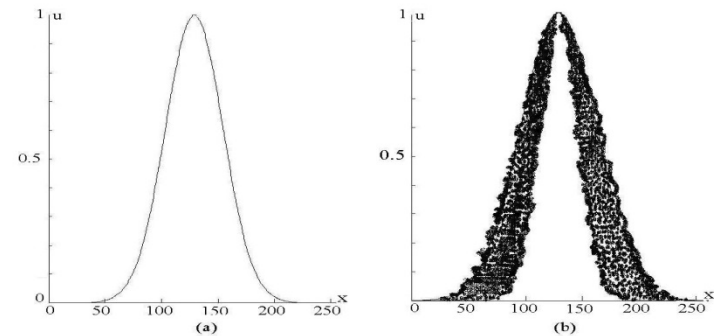
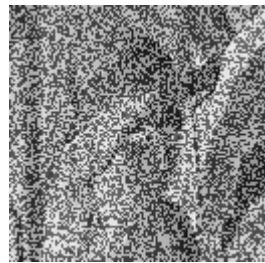
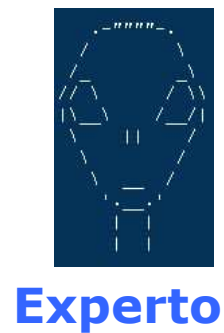
$$\mu(x, u) = 0.5$$



$$\mu(x, u) = 1$$



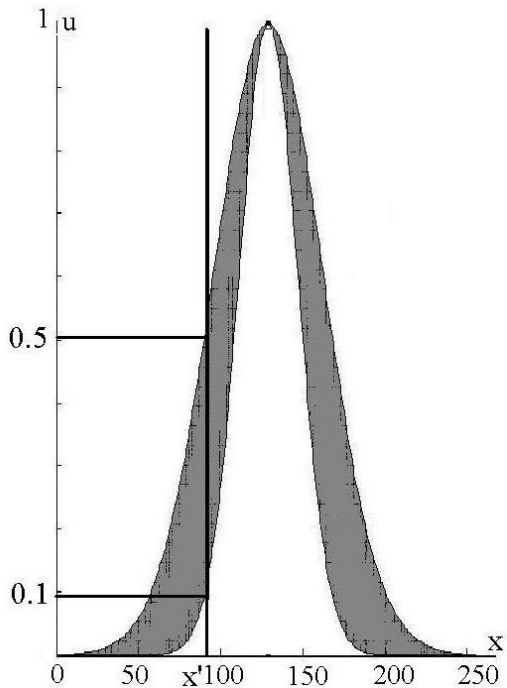
Motivación



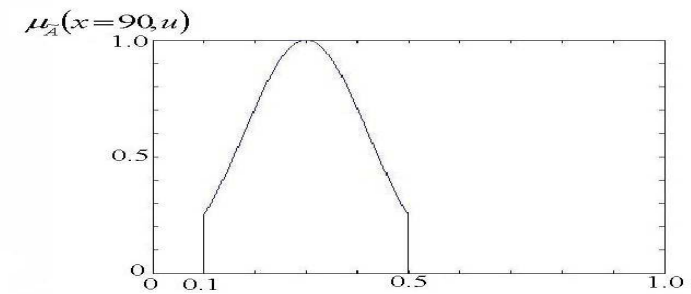
**Puede ser difícil definir
una función de
pertenencia.**

**La función toma un
aspecto borroso.**

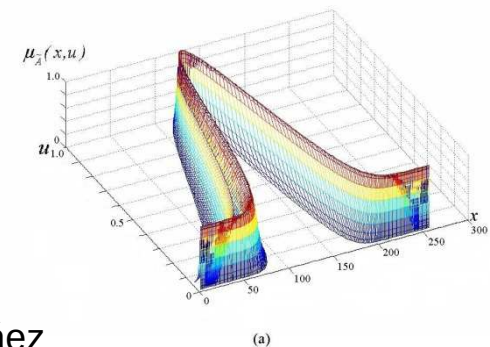
Motivación



El experto trata de modelar el aspecto borroso....



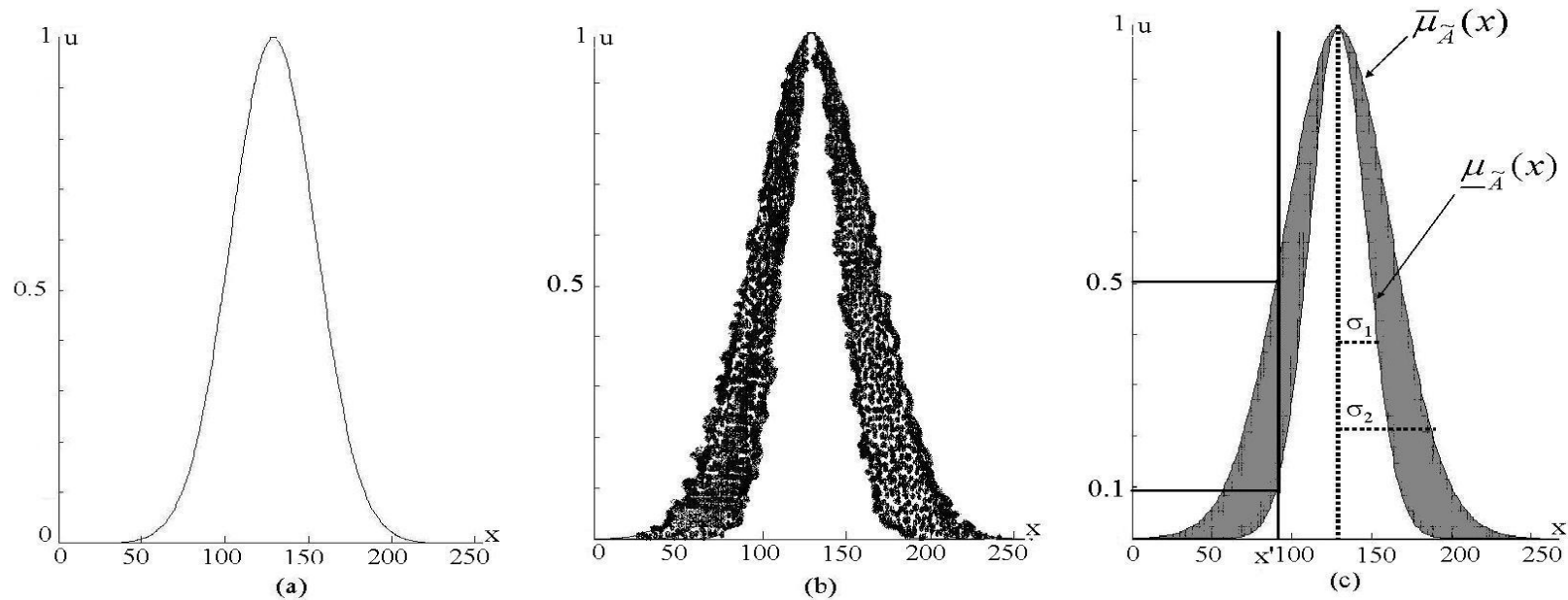
Se asigna una distribución de amplitud



Un conjunto difuso tipo dos

- Se emplea un conjunto difuso tipo uno cuando la pertenencia de un elemento no se puede definir en uno o en cero.
- Si las circunstancias son tan borrosas, que incluso hay problemas para definir el grado de pertenencia como un valor puntual, se usa entonces un conjunto difuso tipo dos.

Conceptos asociados



- a. Función de pertenencia Gaussiana
- b. Incertidumbre alrededor de la función de pertenencia
- c. Huella de incertidumbre

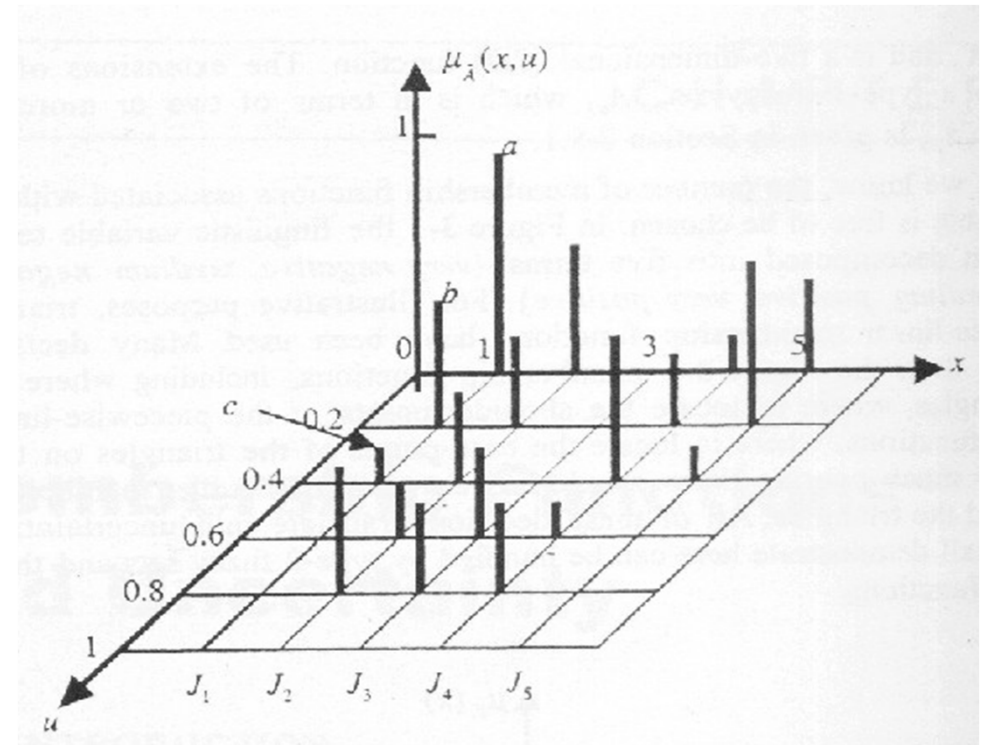
Conjunto difuso tipo dos

Un conjunto difuso tipo dos, el cual se denota como $\tilde{A}$, se caracteriza por una función de pertenencia tipo dos $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$, donde $x \in X$ y $u \in J_x \subseteq [0, 1]$,

$$\tilde{A} = \{(x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u) \mid \forall x \in X, \forall u \in J_x \subseteq [0, 1]\}$$

en donde $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$. $\tilde{A}$ también se puede expresar como :

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1]$$



Donde $\int$ denota la unión sobre todos los posibles x y u . En cada valor fijo de $x \in X$, J_x es una pertenencia primaria de x .

Conjuntos difusos tipo dos de intervalo

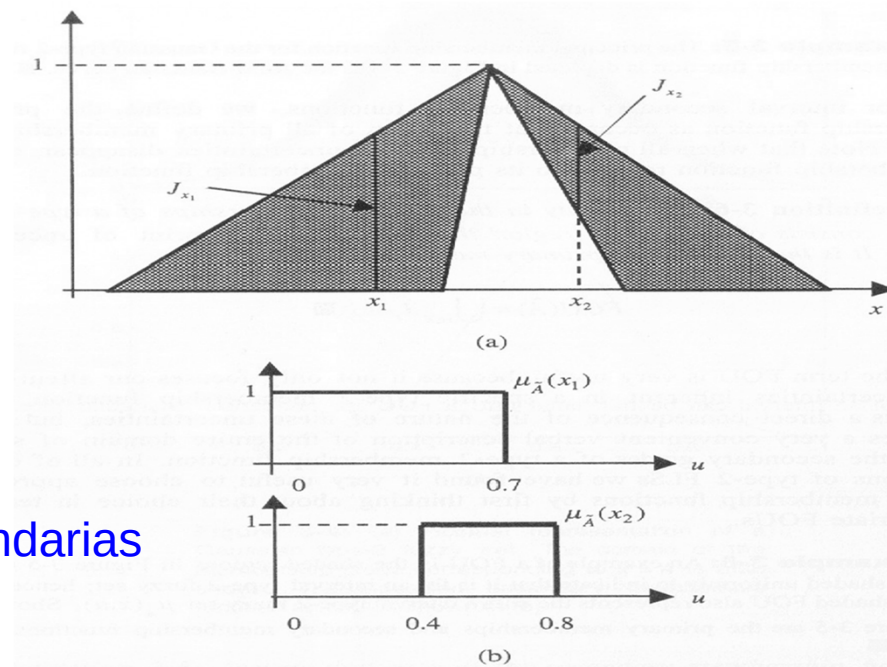
- Cuando todos los grados secundarios de un conjunto difuso tipo dos tienen valor de uno, este conjunto recibe el nombre de conjunto difuso tipo dos de intervalo.
- Un conjunto difuso tipo dos de intervalo se representa correctamente en dos dimensiones.

Huella de incertidumbre

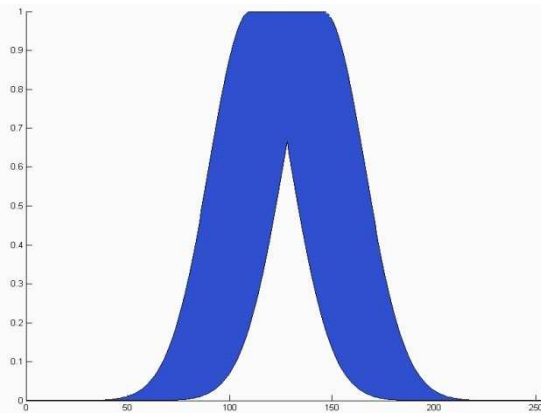
La unión de todas las pertenencias primarias se denomina Huella de incertidumbre.

$$FOU(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} J_x$$

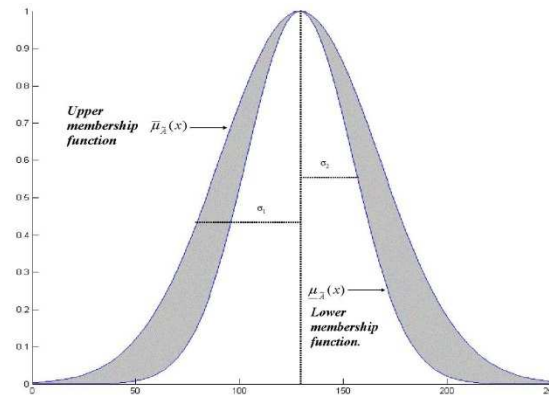
- Huella de incertidumbre
- Funciones de pertenencia secundarias en x_1 y x_2



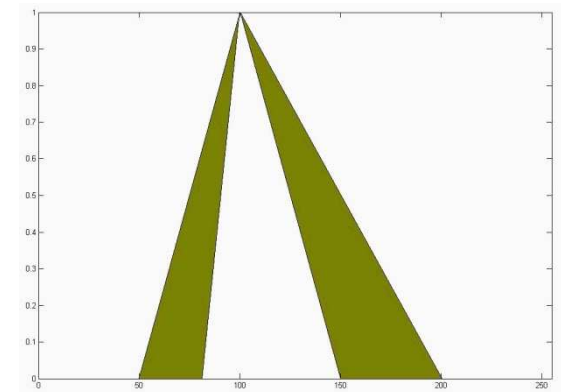
Ejemplos de huellas de incertidumbre



Gaussiana con desviación estandar fija y valor medio "incierto"



Gaussiana con valor medio fijo y desviación estandar "incierto"

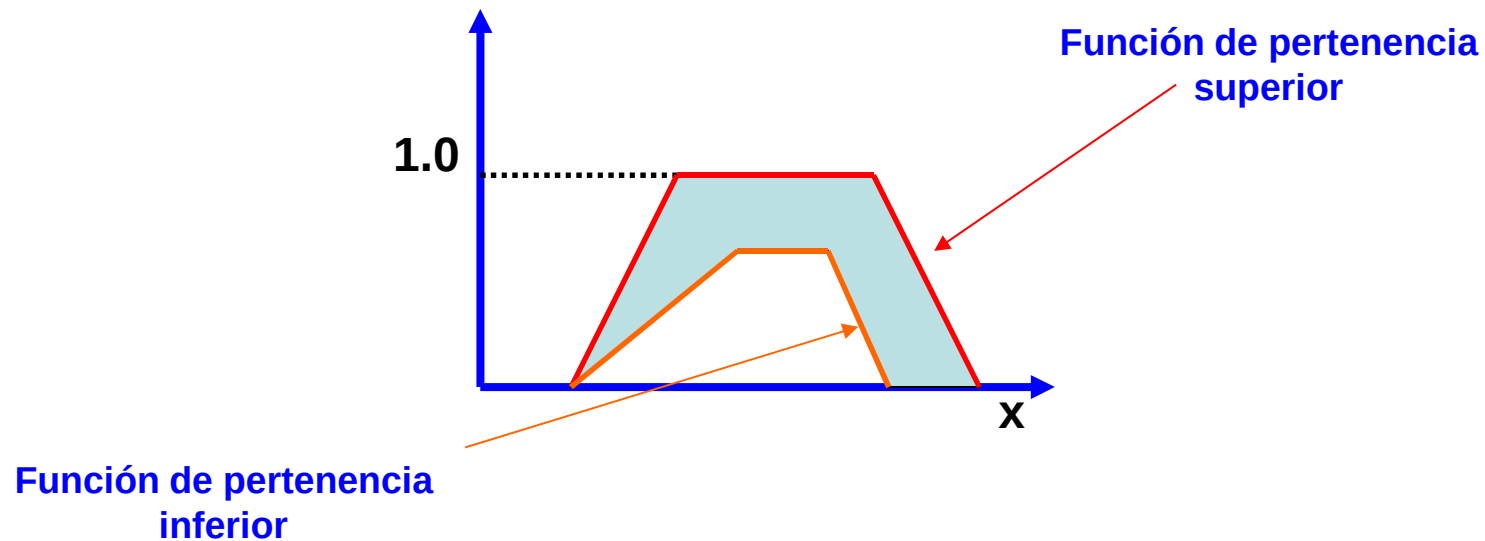


Forma triangular

Funciones de pertenencia superior e inferior

Definición La curva que define la frontera superior de una FOU($\tilde{A}$) se denomina función de pertenencia superior y se denota como $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x), \forall x \in X$.

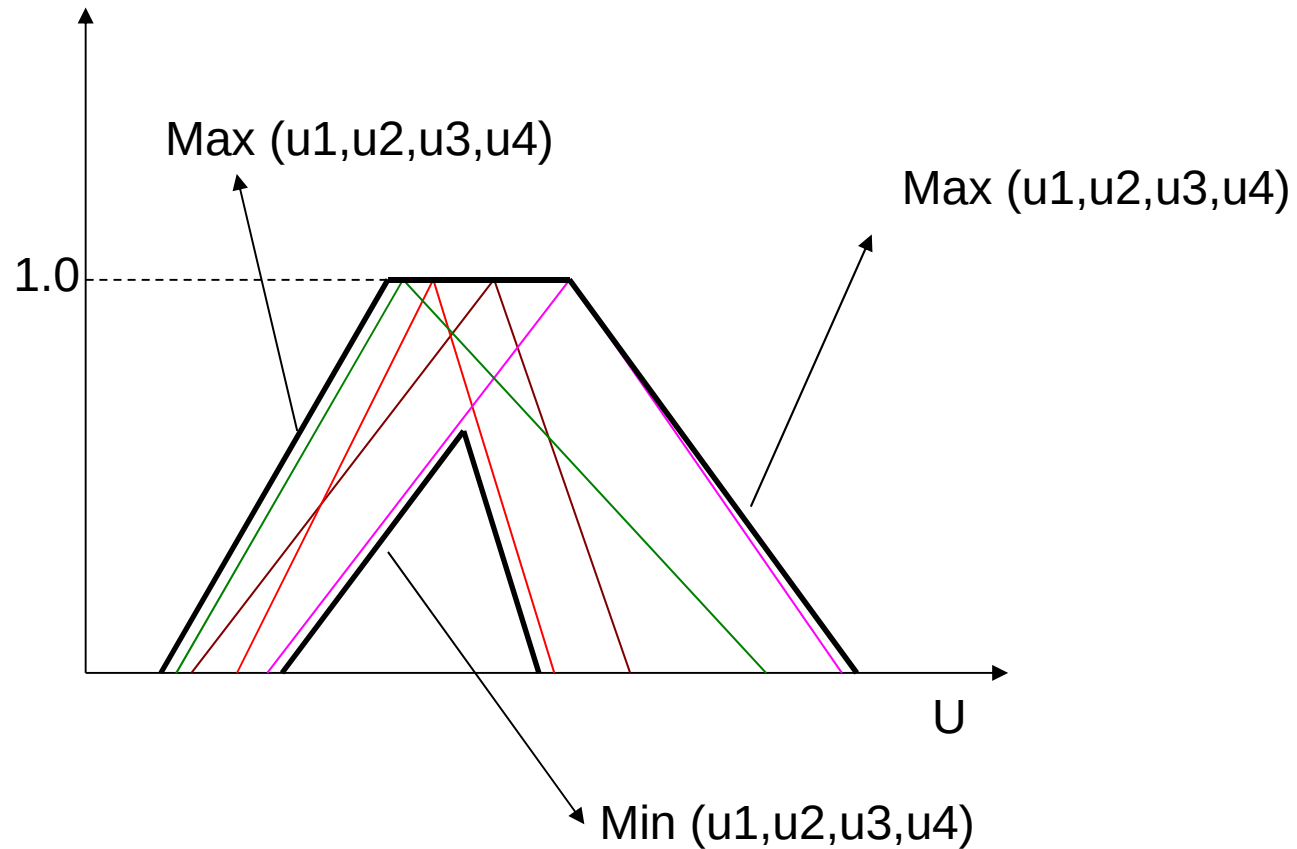
Definición La curva que define la frontera inferior de una FOU($\tilde{A}$) se denomina función de pertenencia inferior y se denota como $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) \forall x \in X$.



Construcción de las funciones de pertenencia limite

1. Capture la vaguedad en el problema por medio de una función de pertenencia tipo uno.
2. Obtenga los parámetros de la función de pertenencia.
3. Identifique la incertidumbre anexa
4. Identifique como esta incertidumbre anexa afecta los parámetros de la función de pertenencia.
5. Proponga una huella de incertidumbre

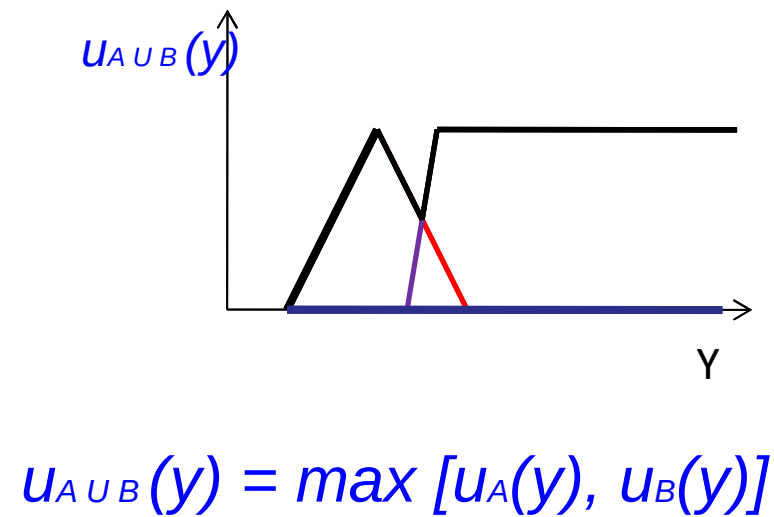
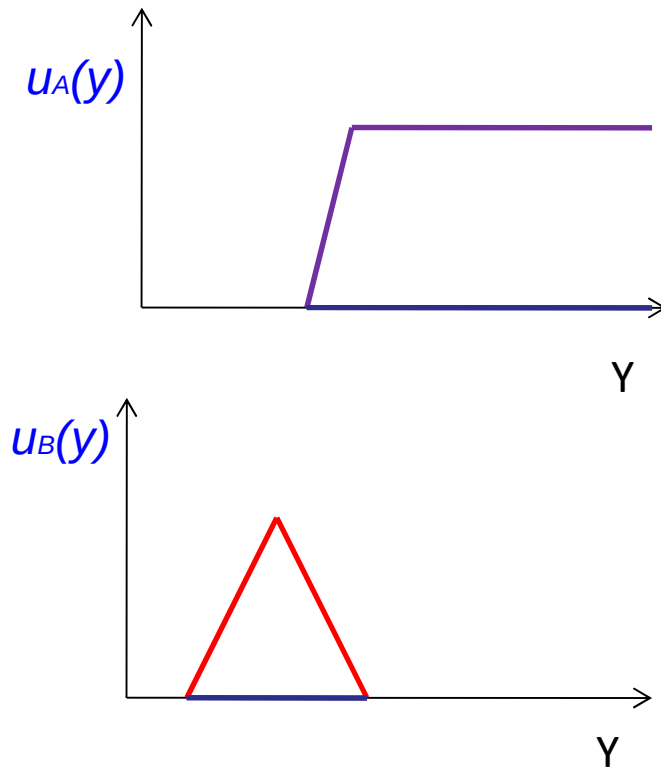
Ejemplo



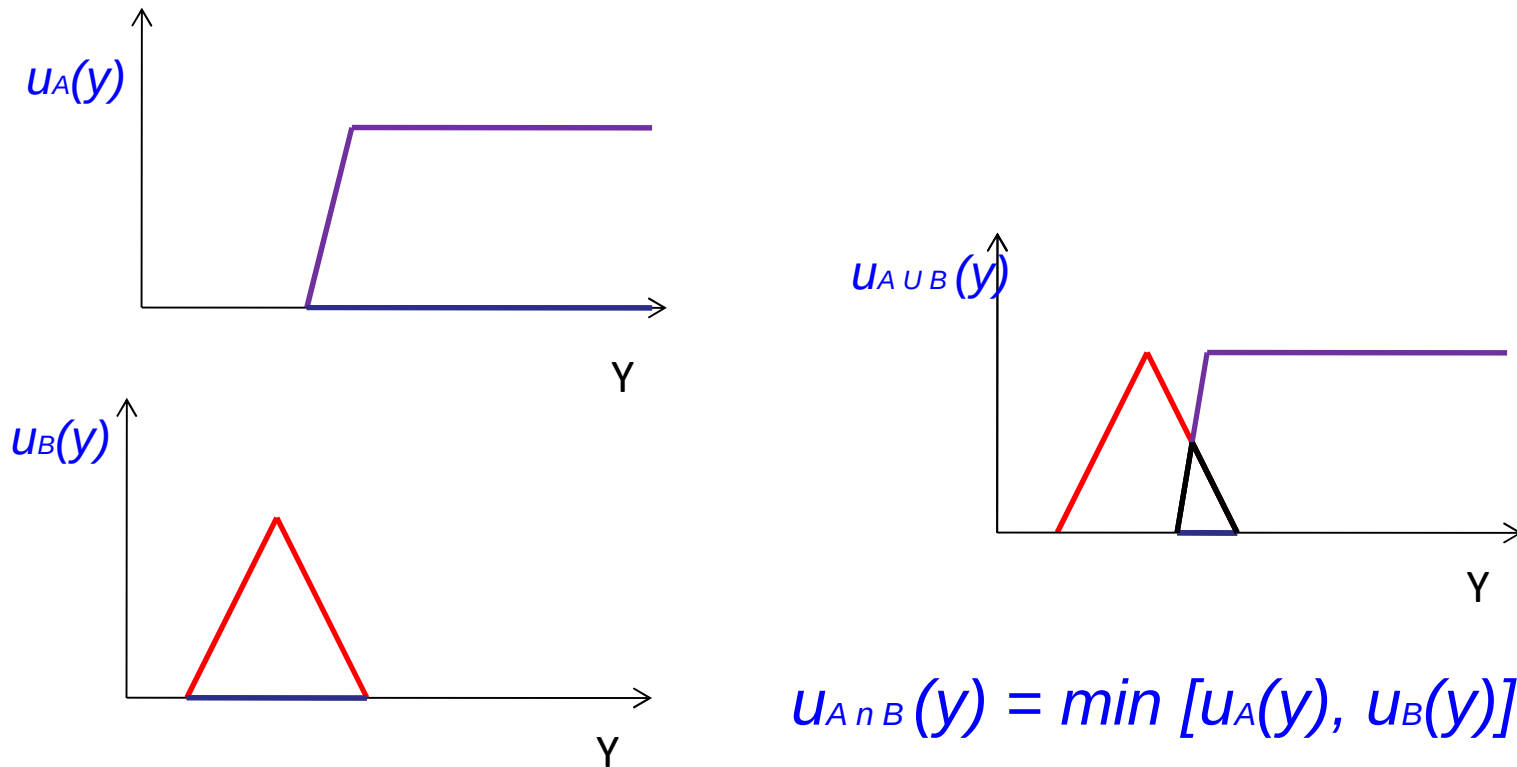
Operaciones en conjuntos difusos tipo uno

- Sean A y B dos conjuntos difusos sobre el universo discurso Y , caracterizados por las funciones de pertenencia $u_A(y)$ y $u_B(y)$ respectivamente.
- A continuación se presentarán las funciones de pertenencia correspondientes a los conjuntos unión e intersección entre A y B .

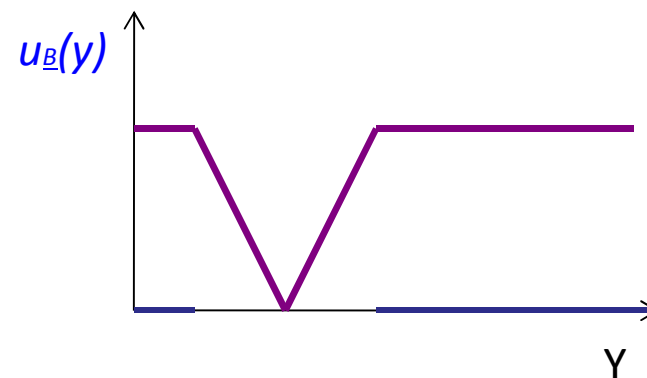
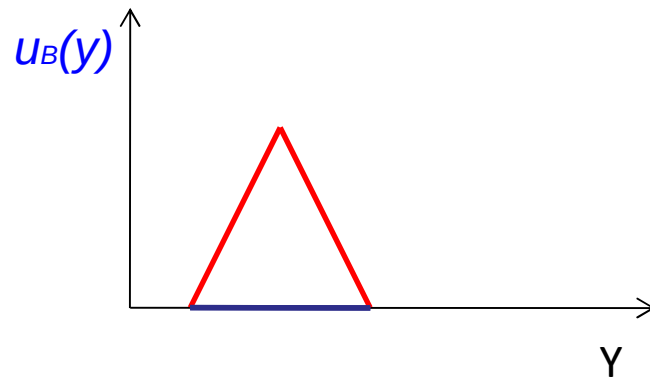
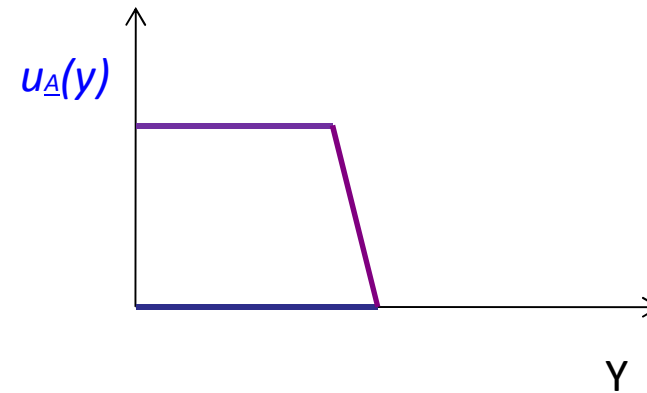
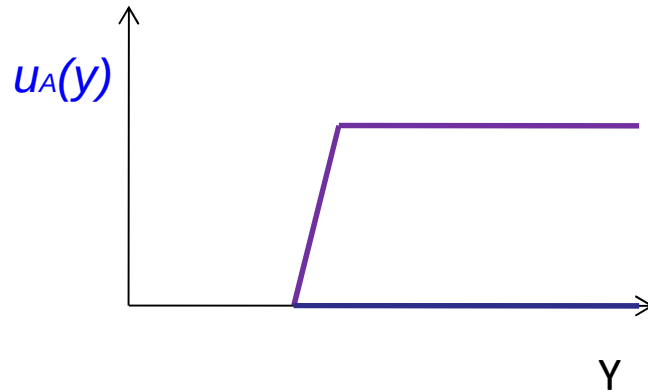
Unión de dos conjuntos difusos tipo uno



Intersección de dos conjuntos difusos tipo uno

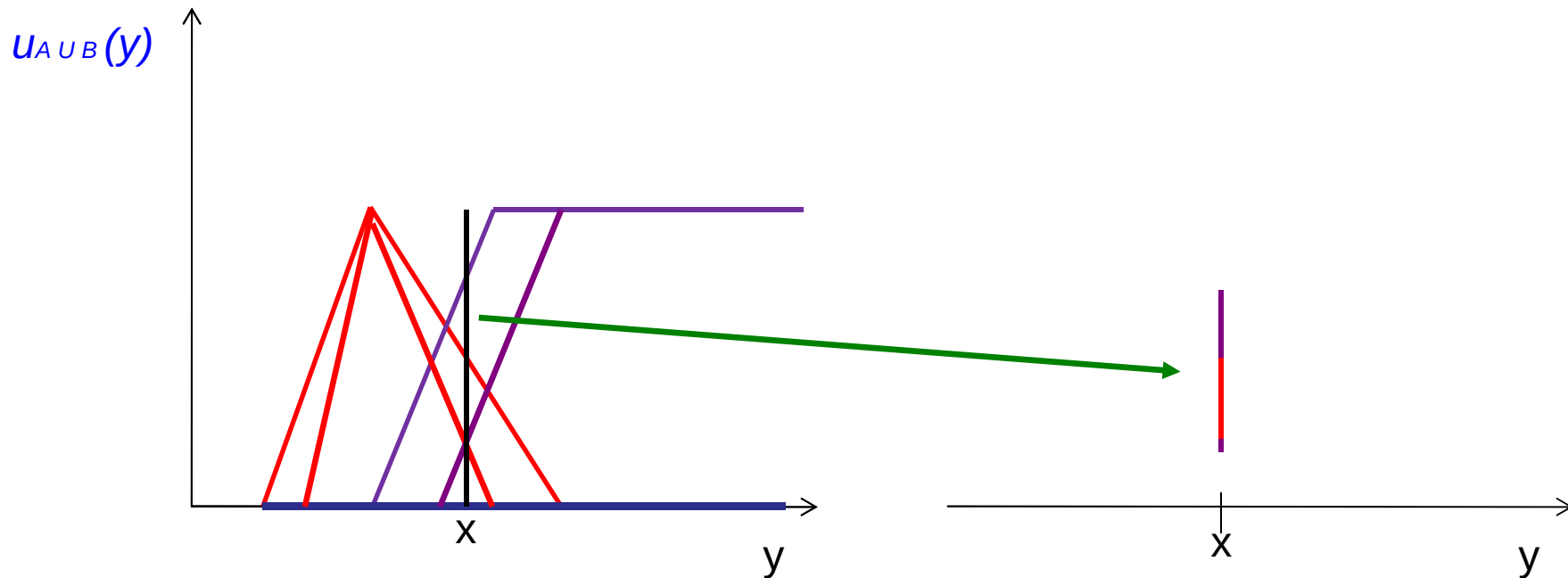


Complemento de un conjunto difuso tipo uno



$$u_{\bar{B}}(y) = 1 - u_B(y)$$

Operaciones en conjuntos difusos tipo dos



- Suponga que se tienen dos conjuntos difusos tipo dos de intervalo, ¿Cómo es la huella de incertidumbre para la unión, intersección y complemento?
- El problema radica en que por cada elemento del conjunto se tienen múltiples valores de pertenencia dado que se ha considerado incertidumbre

Conjuntos difusos tipo dos de intervalo

- Todos los valores de pertenencia secundarios valen uno, por tanto se anticipa el resultado del principio de extensión.
- Tan solo es necesario operar los límites del intervalo.
- La carga computacional se reduce!

Unión, intersección y complemento.

Unión

Para cada x :

Lim superior := máximo de límites superiores.

Lim inferior := máximo de límites inferiores.

Intersección.

Para cada x :

Lim superior := mínimo de límites superiores

Lim inferior := mínimo de límites inferiores

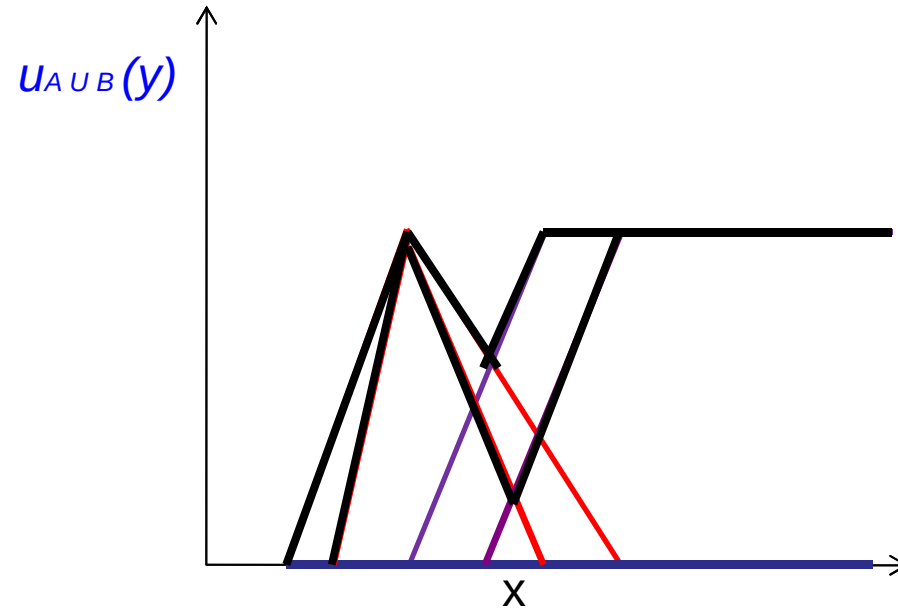
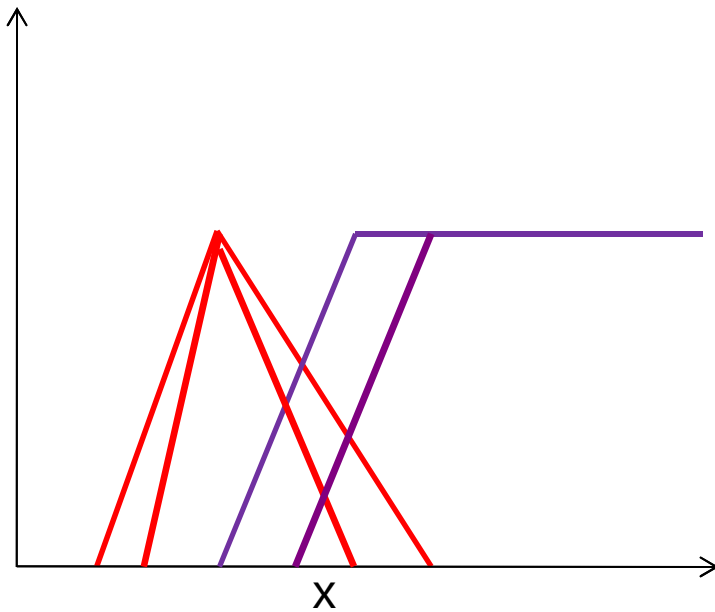
Complemento

Para cada x :

Lim superior := complemento del límite superior

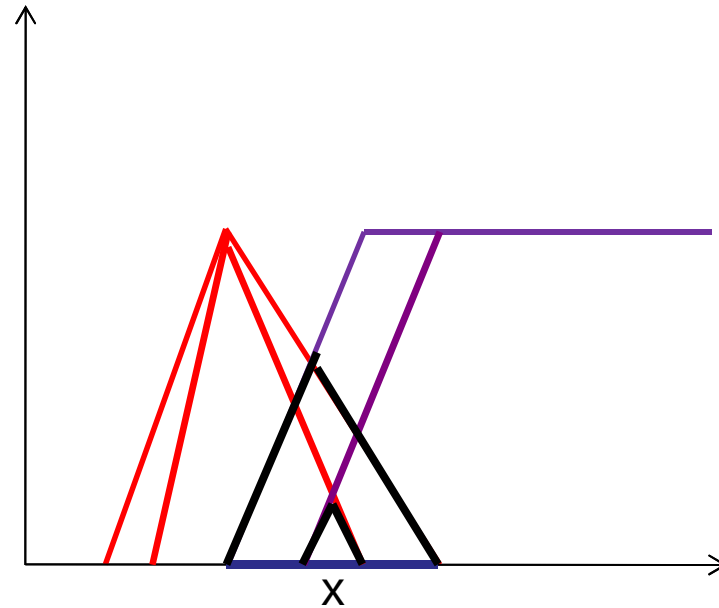
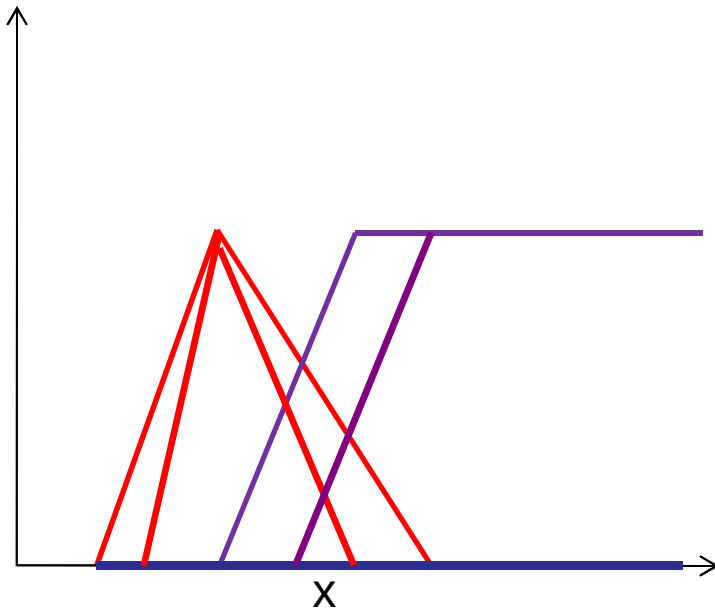
Lim inferior := complemento del límite inferior.

Ejemplo...



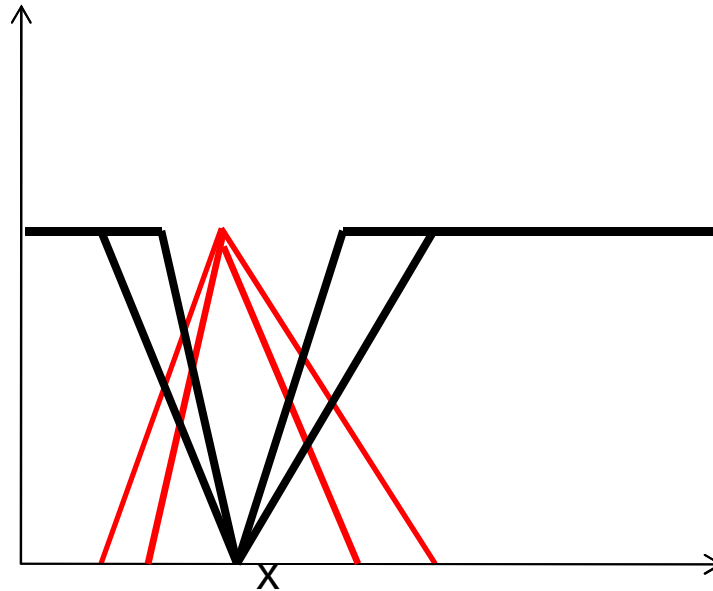
UNION

Ejemplo...



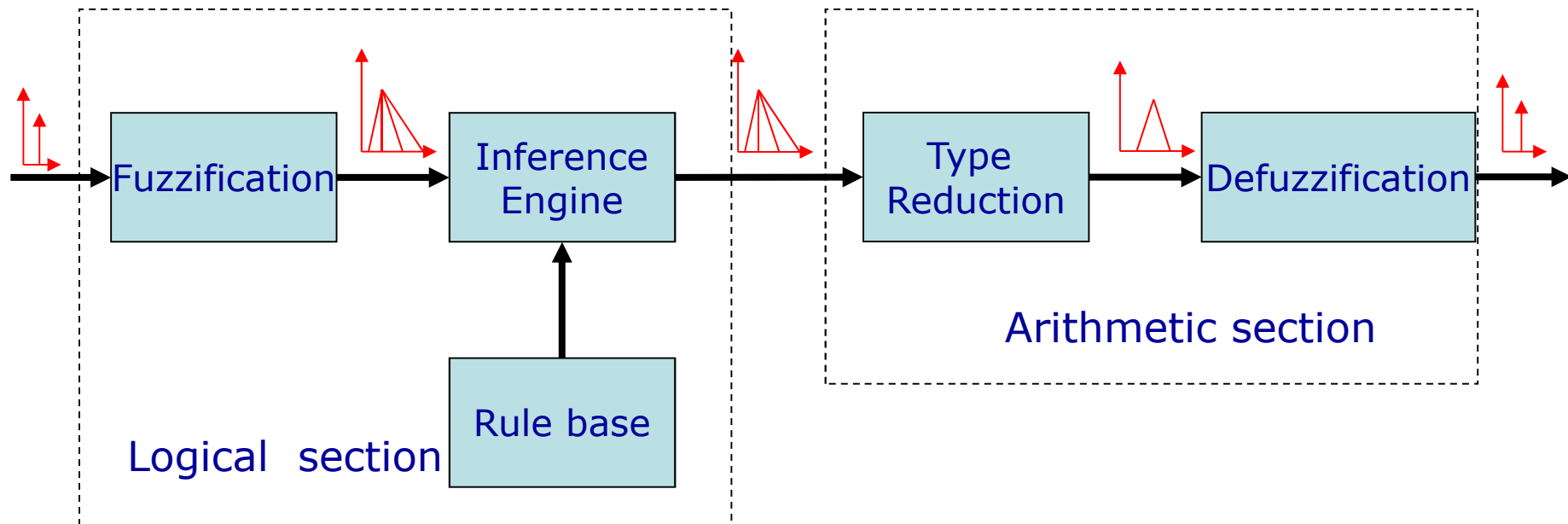
Intersección

Ejemplo



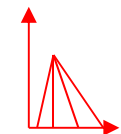
Complemento

Modelo computacional de un sistema difuso tipo dos de intervalo



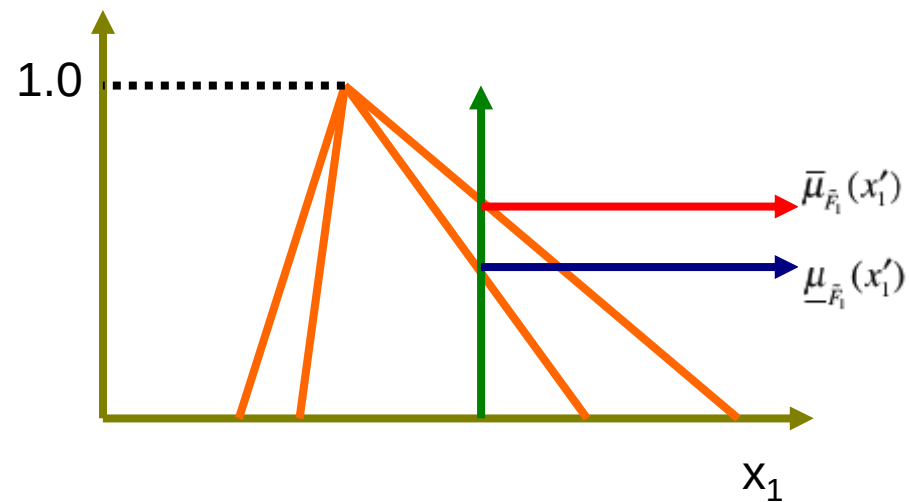
 Type-0 (Crisp point)

 Type-1 fuzzy set

 Type-2 fuzzy set

Fusificación

Fusificación singleton tipo-1

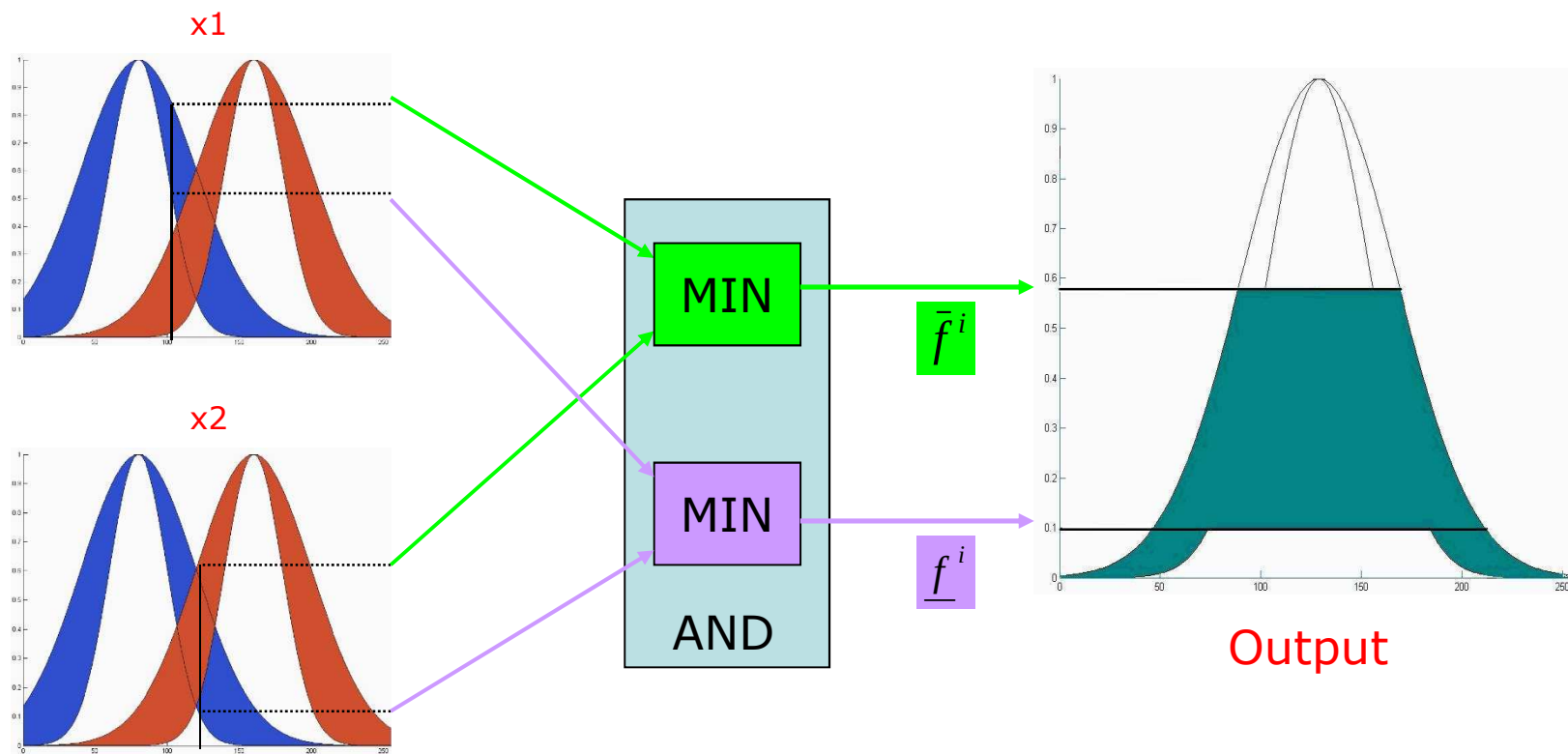


$\bar{\mu}_{\bar{F}_1}(x'_1)$ Valor de pertenencia superior (UMV)

$\underline{\mu}_{\bar{F}_1}(x'_1)$ Valor de pertenencia inferior (LMV)

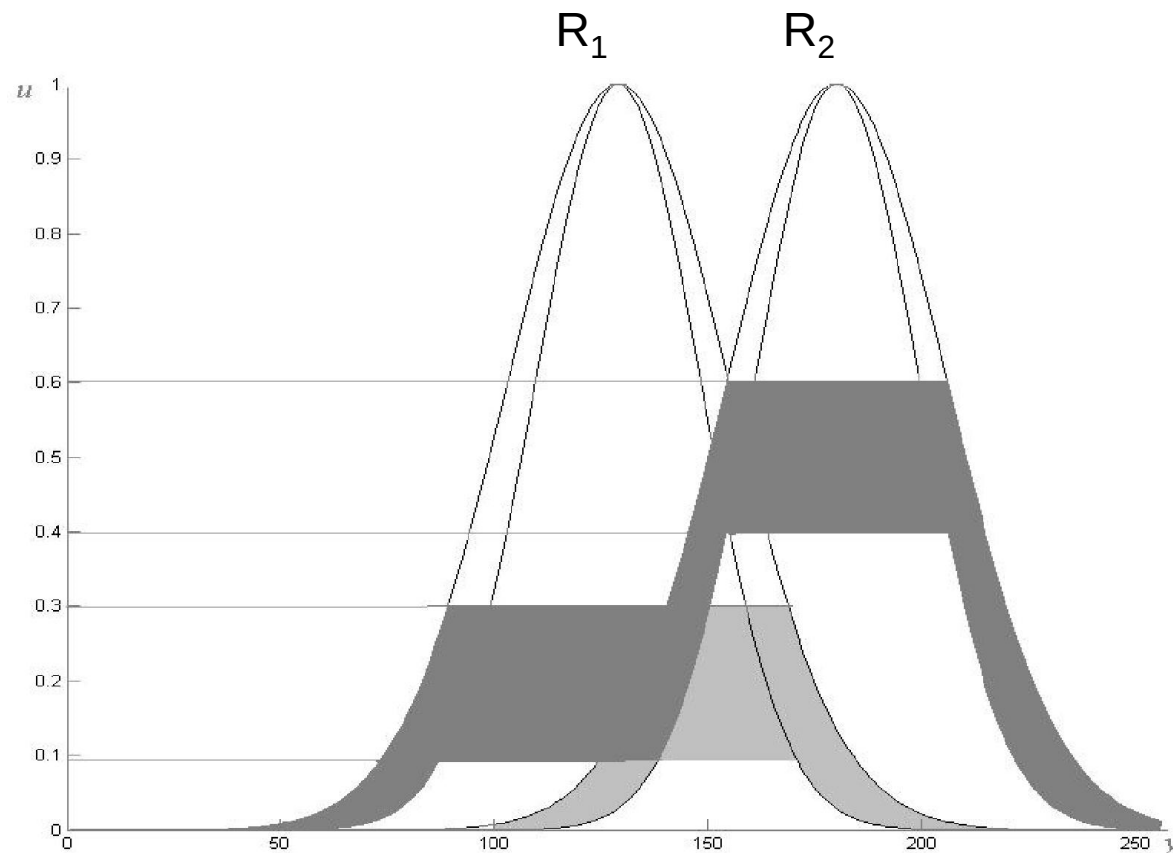
Inferencia con incertidumbre

Implicación



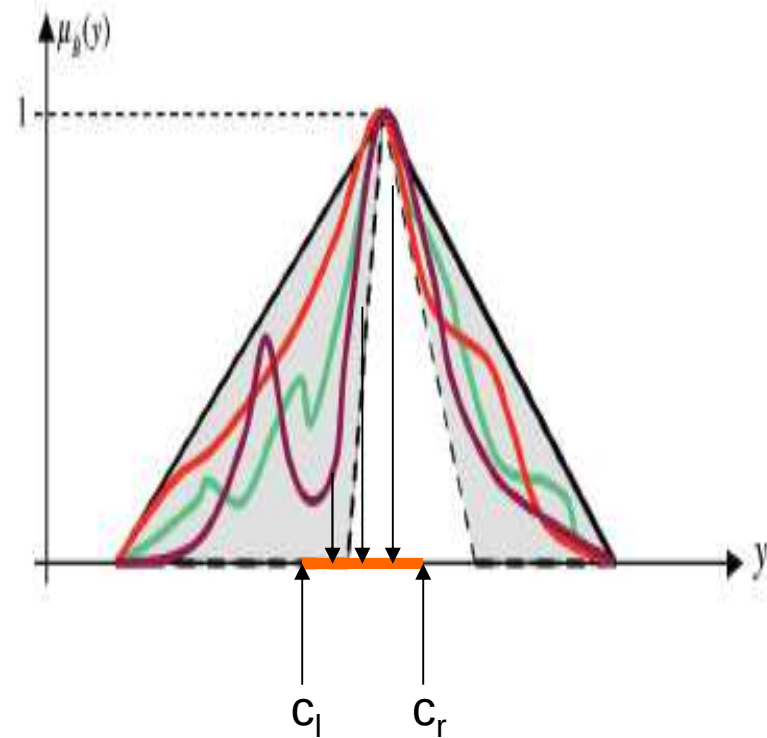
Inferencia con incertidumbre

Agregación de reglas

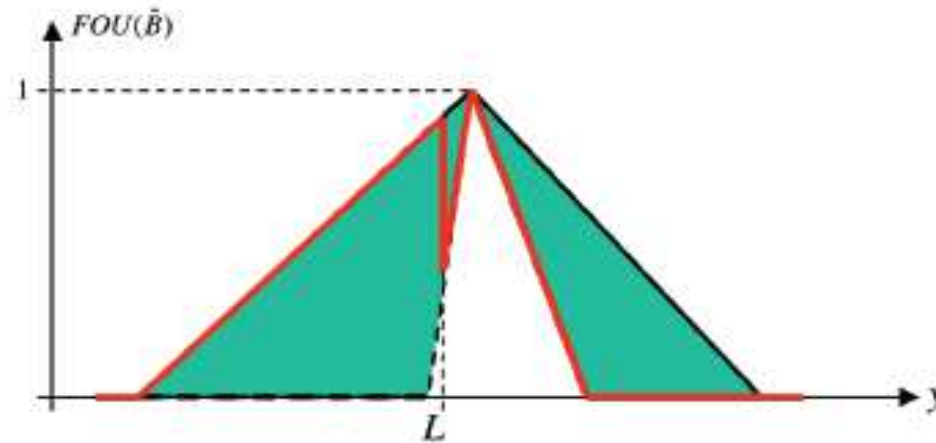


Centroide generalizado de un conjunto difuso tipo dos de intervalo

- En una huella de incertidumbre hay infinitos conjuntos difusos tipo uno empotrados.
- A cada conjunto difuso empotrado le corresponde un centroide que lo Representa
- Por tanto habría infinitos centroides Proyectados sobre y .
- Sin embargo estos centroides están Acotados (c_l, c_r)



Conjuntos Frontera

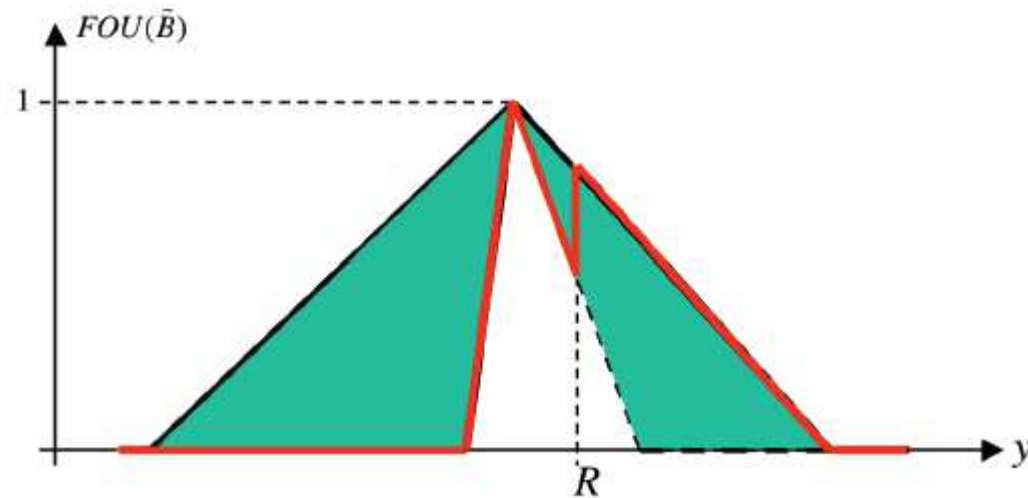


$C_l = \min$ (todos los centroides de ls conjuntos difusos empotrados en B)

$$c_l = c_l(L) = \frac{\sum_{i=1}^L y_i UMF(\tilde{B} | y_i) + \sum_{i=L+1}^N y_i LMF(\tilde{B} | y_i)}{\sum_{i=1}^L UMF(\tilde{B} | y_i) + \sum_{i=L+1}^N LMF(\tilde{B} | y_i)}$$

Donde y_i son los puntos resultantes de discretizar y

Conjuntos Frontera



$C_r = \max(\text{ todos los centroides de los conjuntos difusos tipo uno empotrados en B})$

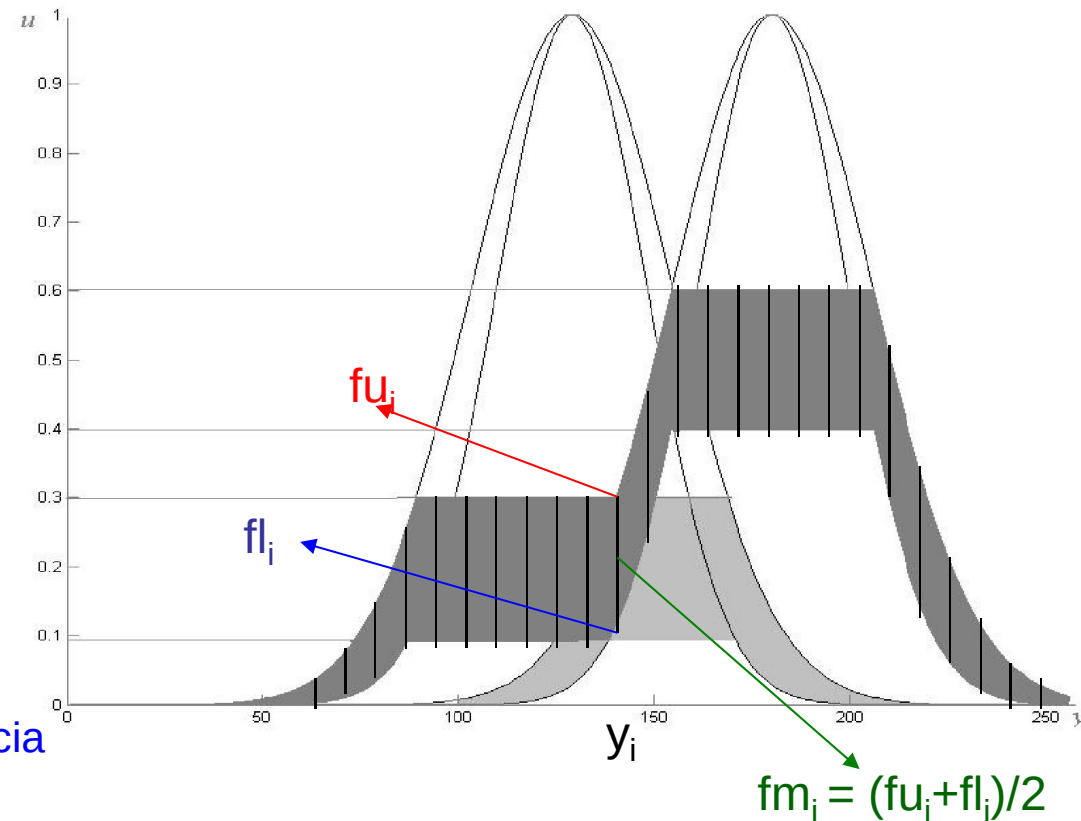
$$c_r = c_r(R) = \frac{\sum_{i=1}^R y_i LMF(\tilde{B} | y_i) + \sum_{i=R+1}^N y_i UMF(\tilde{B} | y_i)}{\sum_{i=1}^R LMF(\tilde{B} | y_i) + \sum_{i=R+1}^N UMF(\tilde{B} | y_i)}$$

Algoritmo iterativo de Karnik-Mendel

Reductor de tipo centroide.

Suponiendo que el conjunto Difuso tipo dos de intervalo Es el resultado de un proceso De inferencia :

- Discretice B en M términos
- Obtenga y_i
- Para cada y_i obtenga
 - fu_i : cota superior de la pertenencia primaria de y_i
 - fl_i : cota inferior de la pertenencia primaria de y_i
 - fm_i : valor medio de la pertenencia primaria

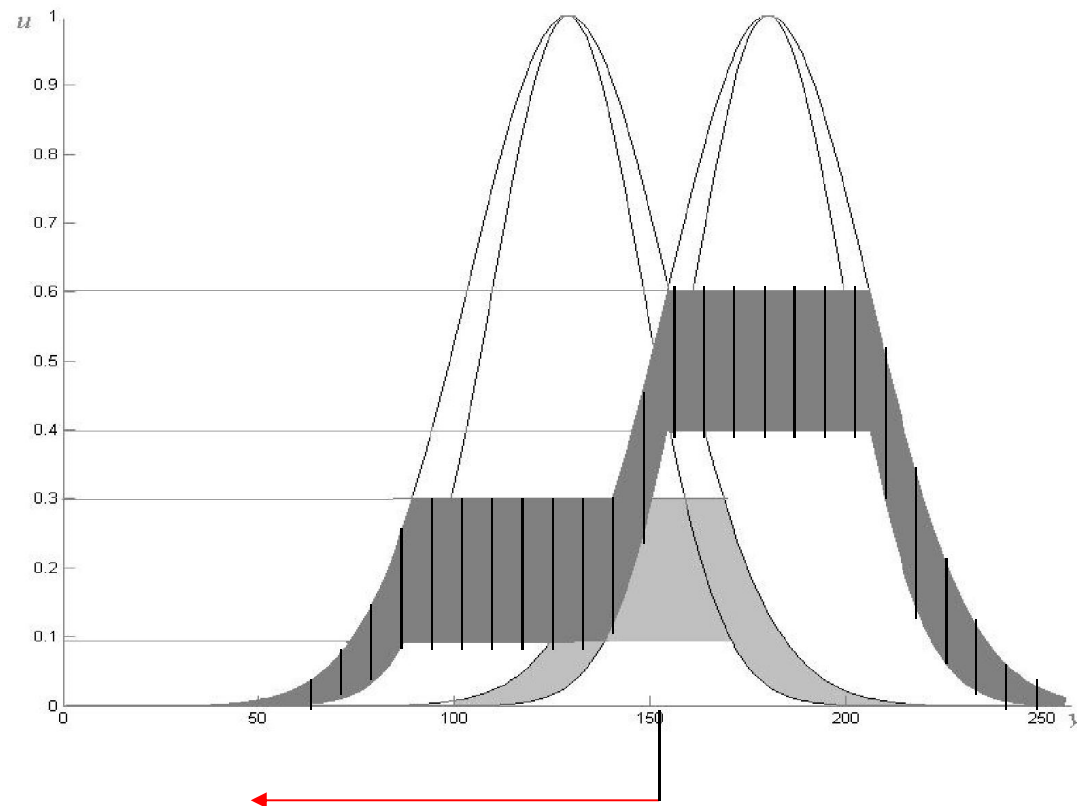


Algoritmo KM

$$c_l = \frac{\sum_{i=1}^M f_l^i y^i}{\sum_{i=1}^M f_l^i}$$

1. Calcule c_l inicialmente haciendo f_l^i igual a f_m^i . Haga $c_l^* = c_l$
2. Encuentre L ($1 \leq L \leq M-1$) tal que $y^L \leq c_l \leq y^{L+1}$
3. Calcule c_l con $f_l^i = f_u^i$ para $i \leq L$ y $f_l^i = f_l^i$ para $i > L$. sea $c_l^{**} = c_l$
4. Si $c_l^* = c_l^{**}$ finalice y haga $c_l = c_l^{**}$. Si no, vaya al paso cinco.
5. Haga c_l^* igual a c_l^{**} y retorne al paso dos.

Algoritmo KM



Sentido de búsqueda

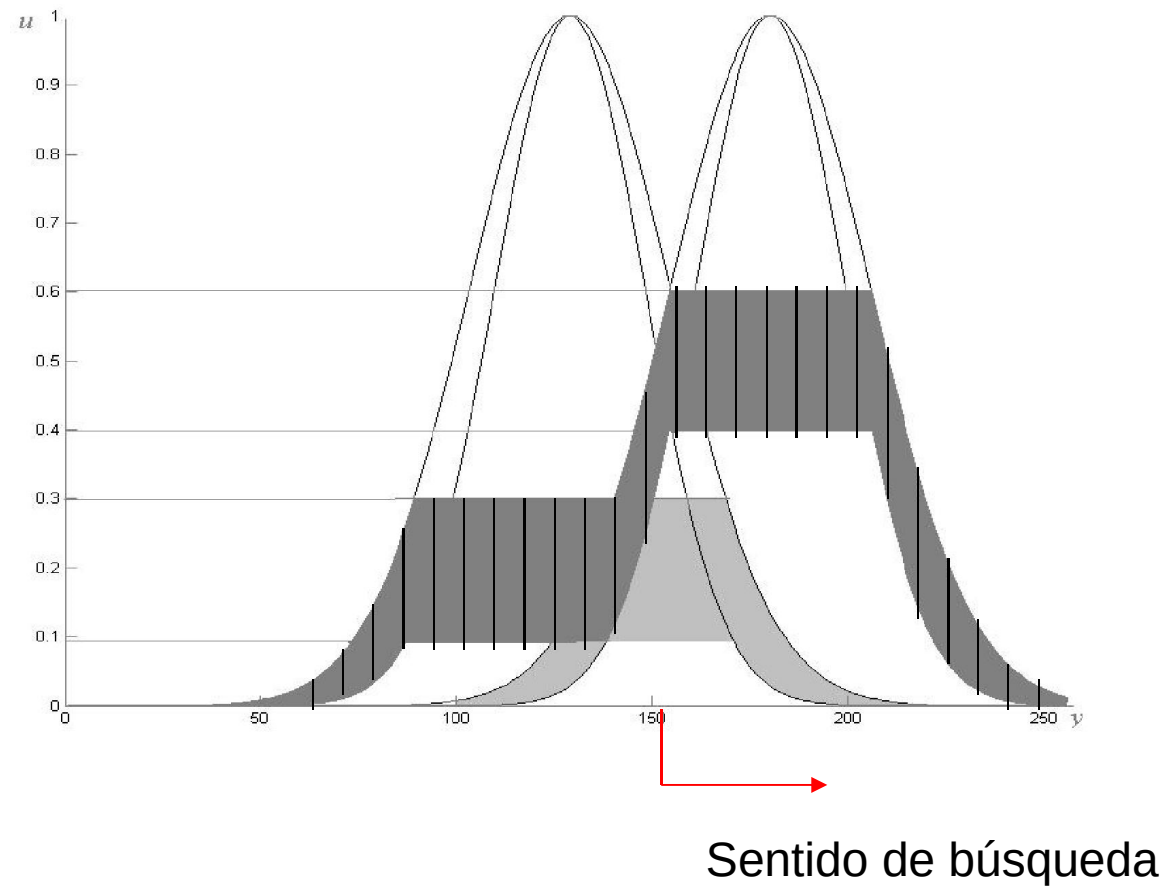
Algoritmo KM

Sea c_r

$$c_r = \frac{\sum_{i=1}^M f_r^i y^i}{\sum_{i=1}^M f_r^i}$$

1. Calcule c_r inicialmente haciendo f_r^i igual a f_m^i . Haga $c_r^* = c_r$
2. Encuentre R ($1 \leq R \leq M-1$) tal que $y^R \leq c_r \leq y^{R+1}$
3. Calcule c_r con $f_r^i = f_l^i$ para $i \leq R$ y $f_r^i = f_u^i$ para $i > R$. sea $c_r^{**} = c_r$
4. Si $c_r^* = c_r^{**}$ finalice y haga $c_r = c_r^{**}$. Si no, vaya al paso cinco.
5. Haga c_r^* igual a c_r^{**} y retorne al paso dos.

Algoritmo KM



Defusificación

La salida de un sistema difuso tipo dos de intervalo es un valor puntual, el cual se calcula como :

$$Y_{out} = (c_l + c_r)/2$$

