Guía de Ejercicios

1. Grafiquen las siguientes funciones. Para hacer esto, primero deben generar dos vectores: uno de valores x, otro de los valores $f(x)$. Después deben usar la función `plot()`.
   (a) $f(x) = e^{-x^2}\cos(3x)$
   (b) $f(x) = \frac{1-\frac{3}{5}x+\frac{3}{20}x^2-\frac{1}{60}x^3}{1+\frac{2}{5}x+\frac{1}{20}x^2}$
   (c)
   $$f(x) = \sum_{k=0}^{20} \frac{-1^k}{2^{2k}(k!)^2}x^{2k}$$
   Ojo que en este caso, deben calcular el valor de $\sum_{k=0}^{20}\dots$ para cada valor de x.
2. Implemente una función que calcule una aproximación de π, usando la siguiente serie:
   $$4\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^i}{2i+1)}$$
   - parámetros de la función: la cantidad de términos a considerar en la aproximación
   - valor retornado: el valor aproximado de π
3. Los números de Fibonacci se generan usando la siguiente formula:
   $$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$
   donde $F_0 = F_1 = 1$. Implemente una función que retorne el n-esimo numero de Fibonacci:
   - parámetros de la función: n
   - valor retornado: F_n
4. Implemente una función que retorne ciertos valores de un vector. Ejemplo:
```
> x <- 10:1
> indices <- c(1, 3, 7)
> valores <- seleccion(x, indices)
valores =
 [1]   10   8   4
```
5. Implemente una función que calcule el coeficiente binomial $\binom{n}{m}$:
   - parámetros de la función: n, m
   - valor retornado: $\binom{n}{m}$
6. Dado un vector $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, podemos calcular el producto "acumulado" con respecto a la posición j de la siguiente forma: $p_j = x_1 \times x_2 \times \cdots \times x_j$. Implemente una función que calcule el producto acumulado de un vector:
   - parámetros de la función: vector `x`, posición `j`
   - valor retornado: p_j
7. Implemente una función que cree matrices que tienen la siguiente forma:
```
# Ejemplo: n = 5
     0     1     2     3     4
     1     0     1     2     3
     2     1     0     1     2
     3     2     1     0     1
     4     3     2     1     0
```

```
# Ejemplo: n = 8
      0     1     2     3     4     5     6     7
      1     0     1     2     3     4     5     6
      2     1     0     1     2     3     4     5
      3     2     1     0     1     2     3     4
      4     3     2     1     0     1     2     3
      5     4     3     2     1     0     1     2
      6     5     4     3     2     1     0     1
      7     6     5     4     3     2     1     0
```

- parámetros de la función: n
- valor retornado: la matriz generada

8. Escriba una función que implemente la criba de Eratóstenes, un algoritmo que permite encontrar todos los números primos menores que un número natural dado n. Pueden encontrar una descripción del algoritmo y ejemplos en Wikipedia: `https://es.wikipedia.org/wiki/Criba_de_Erat%C3%B3stenes`
   - parámetros de la función: n
   - valor retornado: un vector con los números primos encontrados
9. Escriba una función que convierta números decimales a binario. Pueden encontrar una descripción del algoritmo y ejemplos en Wikipedia: `http://es.wikihow.com/convertir-de-decimal-a-binario`.
   - parámetros de la función: n
   - valor retornado: un vector de 1's y 0's (la representación binaria de n)
10. El método de bisección es un algoritmo que permite encontrar los ceros de una función f en forma numérica. Se elige un intervalo $[a, b]$, y se determina los valores de $f(a)$ y $f(b)$. Si $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos opuestos y f es continua, entonces hay un cero en el intervalo $[a, b]$. En este caso, se calcula m, el punto medio del intervalo, y $f(m)$, el valor de la función en ese punto. Si $f(m) = 0$, encontramos un cero de la función. Sino, seguimos buscando el cero en el intervalo $[a, m]$ o $[m, b]$, dependiendo de los signos de $f(a), f(b)$ y $f(m)$. Este proceso continua, hasta lograr el nivel de precisión deseada (p.ej., el tamaño del intervalo $\leq \mathcal{E}$, donde $\mathcal{E}$ es un parámetro). Pueden encontrar una descripción del algoritmo en Wikipedia: `https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_bisecci%C3%B3n`

    Implemente una función que use el método de bisección para encontrar ceros de la función $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7$
    - parámetros de la función: a, b, $\mathcal{E}$
    - valor retornado: imprima un "warning" si no hay raíz en el intervalo $[a, b]$, sino retornar el valor de la raíz encontrada
11. La suma de Riemann se usa para calcular un valor aproximado de la área bajo una curva $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$. Para calcular la suma de Riemann, se divide el intervalo en partes iguales, generando rectángulos bajo la curva usando la definición de $f(x)$. La suma de las áreas de estos rectángulos aproxima el valor de la área bajo la curva. Pueden encontrar una descripción del algoritmo en Wikipedia: `https://es.wikipedia.org/wiki/Suma_de_Riemann`

    Implemente una función que calcule la suma de Riemann para la función $f(x) = e^{-x^2}$.
    - parámetros de la función: a, b, numero de rectángulos a considerar
    - valor retornado: la suma de Riemann