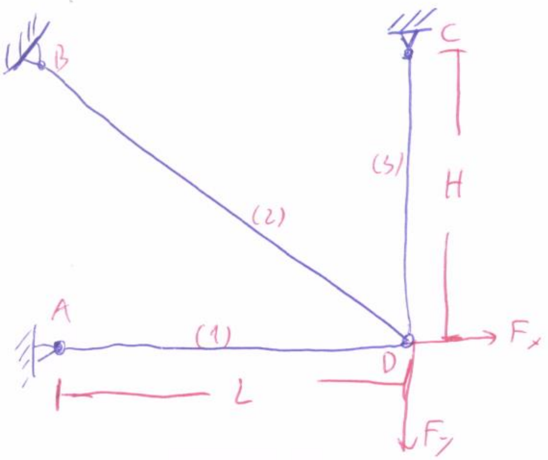
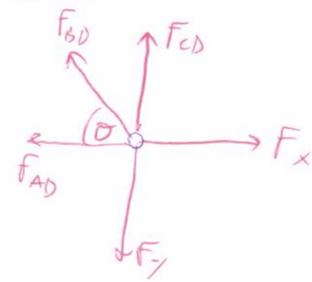


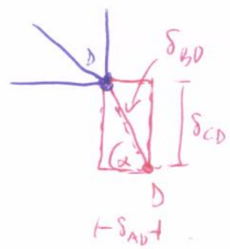
* DCL en D



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AD} + F_{BD}\cos\theta = F_x$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{CD} + F_{BD}\operatorname{Sen}\theta = F_y \quad (*)$$

Geometría $\Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 0{,}644$ rad

* Supongamos una posición final dada para D:



$$\Rightarrow \quad \delta_{CD} = \delta_{BD}\cdot\operatorname{Sen}\alpha \qquad L_{CD} = H, \; L_{AD} = L$$
$$\delta_{AB} = \delta_{BD}\cdot\cos\alpha \qquad L_{BD} = \sqrt{H^2+L^2}$$

* Ley de Hooke $\rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = \frac{\Delta l}{l_0}E = \varepsilon E \Rightarrow F = AE\frac{\Delta l}{l_0}$

$$\Rightarrow F_{CD} = AE\frac{\delta_{CD}}{L_{CD}} = \frac{AE}{L_{CD}}\delta_{BD}\operatorname{Sen}\alpha$$

$$F_{AD} = AE\frac{\delta_{AD}}{L_{AD}} = \frac{AE}{L_{AD}}\delta_{BD}\cos\alpha \quad (**)$$

$$F_{BD} = AE\frac{\delta_{BD}}{L_{BD}}$$

* Reemplazando (* *) en (*)

$$\delta_{BD} EA \left(\frac{\cos\alpha}{L_{AD}} + \frac{\cos\theta}{L_{BD}} \right) = F_x \quad (+)$$

$$\delta_{BD} EA \left(\frac{\operatorname{Sen}\alpha}{L_{CD}} + \frac{\operatorname{Sen}\theta}{L_{BD}} \right) = F_y \quad (++)$$

* Despejando δ_{BD} de (+)

$$\delta_{BD} = \frac{F_x}{EA \left(\frac{\cos\alpha}{L_{AD}} + \frac{\cos\theta}{L_{BD}} \right)} \quad (*)$$

* Reemplazando en (+ +)

$$\frac{F_x}{\left(\frac{\cos\alpha}{L_{AD}} + \frac{\cos\theta}{L_{BD}} \right)} \left(\frac{\operatorname{Sen}\alpha}{L_{CD}} + \frac{\operatorname{Sen}\theta}{L_{BD}} \right) = F_y$$

$$\boxed{\therefore \operatorname{Sen}\alpha - \left(\frac{L_{CD}}{L_{AD}} \frac{F_y}{F_x} \right) \cos\alpha = \frac{F_y \cos\theta - F_x \operatorname{Sen}\theta}{L_{BD}}}$$

↳ Se tiene una ecuación no lineal para α

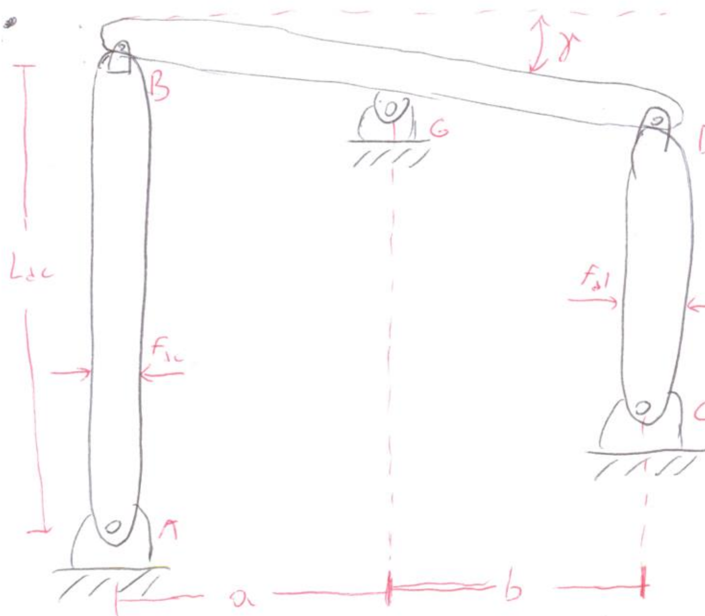
$$\sim \quad \alpha = 0{,}295 \text{ rad}$$

$$(\text{en } *) \sim \quad \delta_{BD} = 0{,}0047 \text{ m}$$

$$(\text{en } **) \sim \quad F_{CD} = 8073{,}44 \text{ N}$$

$$F_{AD} = 24097{,}9 \text{ N}$$

$$F_{BD} = 19877{,}6 \text{ N}$$



* Deformación térmica

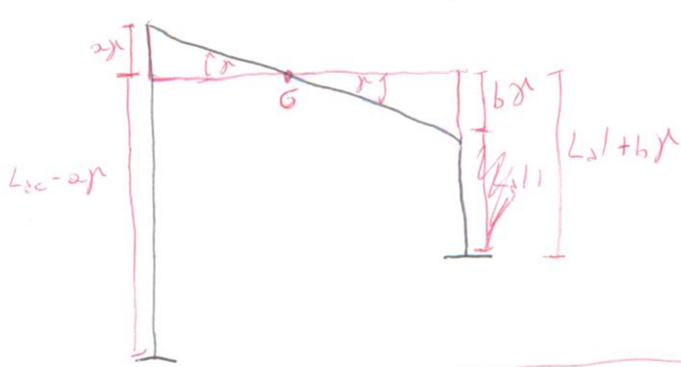
$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta T$$
$$\downarrow$$
$$\frac{l_f - l_0}{l_0}$$

* Para que BGD quede horizontal, el acero debe acortarse y el aluminio alargarse, sin embargo ambas se alargan producto de $\Delta T \Rightarrow$ Utilizaremos pplo. de superposición
  - → Asumimos que ambas barras se alargan térmicamente
  - → Calculamos la def. elástica necesaria para que BGD quede horizontal

* Por def. térmica:

$$\left.\begin{aligned} L_{ac}^{f} &= L_{ac}(1+\alpha_{ac}\Delta T) \\ L_{al}^{f} &= L_{al}(1+\alpha_{al}\Delta T) \end{aligned}\right\} (*)$$

* Ahora supongamos que las barras se han alargado más de lo necesario, pero como BGD es rígido, deben acortarse un poco:



- Estado inicial luego de def. térmica
  $(L_{ac}^{f}), (L_{al}^{f})$
- Estado final luego de def. elástica restitutiva
  $(L_{ac} - a\gamma), (L_{al} + b\gamma)$

$$\therefore \quad \varepsilon = \frac{l_f - l_i}{l_i} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{ac} = \frac{L_{ac}^{f} - (L_{ac} - a\gamma)}{L_{ac}^{f}} \quad \wedge \quad \varepsilon_{al} = \frac{L_{al}^{f} - (L_{al} + b\gamma)}{L_{al}^{f}}}$$

· Aplicando Ley de Hooke

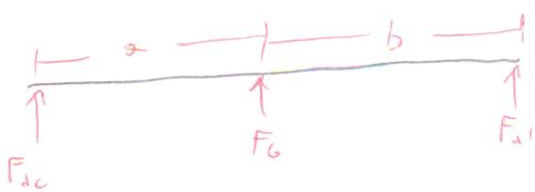
$$\frac{\sigma_{dc}}{E_{dc}} = \frac{F_{dc}}{A_{dc}E_{dc}} = \frac{L_{dc}^{f} - L_{dc} + a\gamma}{L_{dc}^{f}}$$

$$\frac{\sigma_{dl}}{E_{dl}} = \frac{F_{dl}}{A_{dl}E_{dl}} = \frac{L_{dl}^{f} - L_{dl} - b\gamma}{L_{dl}^{f}}$$

· Aplicando ✱ y despejando F_i:

$$\boxed{\begin{aligned} F_{dc} &= A_{dc}E_{dc}\left(\frac{L_{dc}(1+\alpha_{dc}\Delta T) - L_{dc} + a\gamma}{L_{dc}(1+\alpha_{dc}\Delta T)}\right) \\ F_{dl} &= A_{dl}E_{dl}\left(\frac{L_{dl}(1+\alpha_{dl}\Delta T) - L_{dl} - b\gamma}{L_{dl}(1+\alpha_{dl}\Delta T)}\right) \end{aligned}} \quad (☆)$$

· ¿Qué falta? $\Rightarrow$ DCL en barra BGD



$$\sum_{G} M_z = 0 \Rightarrow \boxed{F_{dc}\cdot a = F_{dl}\cdot b} \quad (\perp)$$

· Aplicando (☆) en ($\perp$), obtendremos una expresión para ΔT:

$$A\Delta T^2 + B\Delta T + C = 0$$

$$* \; A = \alpha_{dl}\alpha_{dc}L_{dc}L_{dl}(aA_{dc}E_{dc} - bA_{dl}E_{dl})$$

$$* \; B = [aA_{dc}E_{dl}L_{dl}(L_{dc}\alpha_{dc} + a\gamma\alpha_{dl}) + bA_{dl}E_{dl}L_{dc}(L_{dl}\alpha_{dl} - b\gamma\alpha_{dc})]$$

$$* \; C = \gamma[a^2A_{dc}E_{dc}L_{dl} + b^2A_{dl}E_{dl}L_{dc}]$$

· Resolviendo el sistema:

$$\Delta T = 91{,}2° \checkmark \quad ó \quad 32882° \times \Rightarrow \boxed{\Delta T = 91{,}2°}$$

b) Reemplazando el valor obtenido de ΔT en ☆

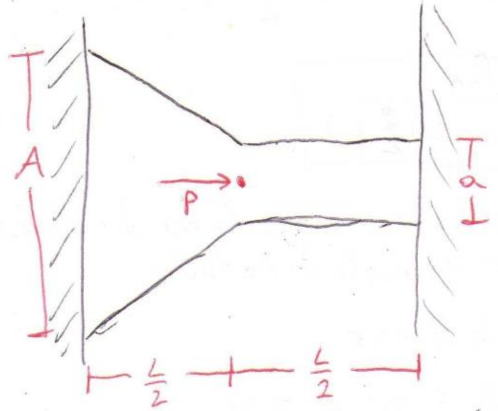
$$F_{al} = 3197,55\ N$$
$$F_{ac} = 6395,11\ N$$

* Calculando las cargas críticas:

* $P_{cr}^{ac} = \frac{\pi^2}{L_{ac}^2} E_{ac} \cdot \frac{f_{ac}^3 \cdot e_{ac}}{12} = 2229,37\ N$ → Falla por pandeo

* $P_{cr}^{al} = \frac{\pi^2}{L_{al}^2} E_{al} \cdot \frac{f_{al}^3 \cdot e_{al}}{12} = 973,266\ N$ → Falla por pandeo

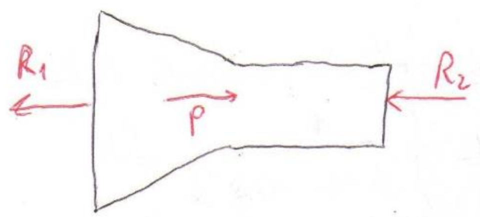
P3)



Espeser e
Módulo de Elasticidad E

Principal problema: Área en el primer tramo varía con la distancia
$\Rightarrow$ Esfuerzo varía con la distancia.

- DCL completo



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{P = R_1 + R_2} \quad (i)$$

- Cortes antes y después de P:

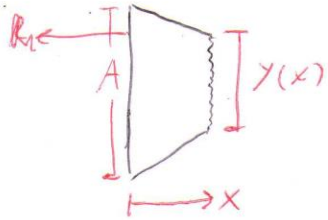
Como el largo total no cambia, lo que se alarga (1), se acorta (2)

$$\Rightarrow \boxed{\Delta L_1 = \Delta L_2} \quad (ii)$$

- Aplicación de Ley de Hooke:

$$(2): \sigma = \frac{R_2}{a \cdot e} \Rightarrow \frac{R_2}{a \cdot e} = E \cdot \frac{\Delta L_2}{L/2} \Rightarrow \boxed{\Delta L_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_2 L}{a \cdot e E}} \quad (iii)$$

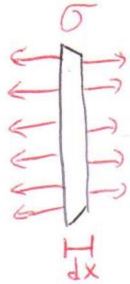
(1):



$$\sigma = \frac{R_1}{e \cdot y(x)} \quad \wedge \quad y(x) = A + (a-A)\cdot\frac{2}{L}x$$

$$\boxed{\therefore\ \sigma(x) = \frac{R_1}{e\left(A+(a-A)\frac{2}{L}x\right)}}$$

* Cada segmento diferencial del tramo (1) se deforma en magnitudes diferentes ya que el esfuerzo cambia con x. Al hacer un corte diferencial:



$$\varepsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx}$$

Lo que se alarga cada trozo diferencial

Largo inicial del trozo diferencial

Ley de Hooke

$$\sigma = E\cdot\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\frac{\Delta(dx)}{dx} = \frac{\sigma(x)}{E}$$

$$\boxed{\Delta(dx) = \frac{\sigma(x)}{E}dx}$$

* Integrando entre 0 y $\frac{L}{2}$, se obtiene el alargamiento total:

$$\int \Delta(dx) = \Delta L_1 = \int_0^{L/2} \frac{\sigma(x)}{E}dx = \frac{R_1}{eE}\int_0^{L/2}\frac{1}{A+(a-A)\frac{2}{L}x}dx$$

$$\Rightarrow \Delta L_1 = \frac{R_1}{eE}\cdot\frac{L}{2(a-A)}\cdot\underbrace{\ln\left(A+(a-A)\cdot\frac{2}{L}x\right)\Big|_0^{L/2}}_{\ln(A)-\ln(a)=\ln\left(\frac{A}{a}\right)}$$

$$\boxed{\therefore\ \Delta L_1 = \frac{R_1 L\cdot\ln\left(\frac{A}{a}\right)}{2eE(a-A)}} \quad (iv)$$

* Debido a (ii) ⇒ (iii) = (iv):

$$\frac{1}{2}\frac{R_2 \cancel{L}}{a\cancel{e}\cancel{E}} = \frac{R_1\cancel{L}\cdot\ln\left(\frac{A}{a}\right)}{\cancel{2}\cancel{e}\cancel{E}(a-A)} \Rightarrow \boxed{R_2 = \frac{a}{a-A}\ln\left(\frac{A}{a}\right)R_1} \quad (v)$$

* Reemplazando (v) en (i), se tiene finalmente que:

$$R_1 \left(1 + \frac{a}{a-A} \ln\left(\frac{A}{a}\right)\right) = P$$

$$\boxed{\therefore R_1 = \frac{P}{1 + \frac{a}{a-A} \ln\left(\frac{A}{a}\right)}}$$

$$\boxed{R_2 = \frac{P}{1 + \frac{1}{\frac{a}{a-A} \ln\left(\frac{A}{a}\right)}}}$$