



CONTROL 3

15 de junio de 2016

Tiempo: 3 horas

- P1.** a) Sea $X_1, \dots, X_n$ una m.a.s. con distribución común $\text{Poisson}(\lambda)$.
- 1) (2,0 ptos.) Encuentre $\hat{\lambda}$, el estimador de máxima verosimilitud de λ .
 - 2) (0,5 ptos.) ¿Es $\hat{\lambda}$ insesgado? Muestre que es consistente.
 - 3) (0,5 ptos.) Muestre que $\hat{\lambda}$ converge casi seguramente a λ cuando $n \rightarrow \infty$.
- b) (3,0 ptos.) El gerente comercial de una marca de detergentes afirma que el 40 % del público prefiere dicha marca. Usted trabaja para la competencia, y cree que dicha información es exagerada. Para verificar quién tiene razón usted encarga realizar un estudio de mercado, el cual indica que 54 de 150 personas encuestadas prefiere la marca. Plantee hipótesis H_0 y H_1 adecuadas e indique su conclusión para $\alpha = 5\%$.
- P2.** a) (2,0 ptos.) Un gatito quiere subir a la mesa, para lo cual intentará saltar a la silla primero, y desde la silla a la mesa. Cada salto puede resultar en éxito o fracaso con igual probabilidad e independiente del resto, y cada vez que un salto fracasa el gatito cae al suelo y sigue intentando. Calcule la cantidad esperada de saltos hasta que el gatito alcanza la mesa. *Indicación:* condicione en los resultados de los primeros 2 saltos; con esto obtenga una ecuación para la esperanza buscada y despeje.
- b) Un restaurante puede servir 80 comidas por noche, y sólo acepta clientes con reservación. La experiencia muestra que cada cliente que reserva tiene un 20 % de probabilidad de no llegar al restaurante, independiente del resto.
- 1) (3,0 ptos.) Usando el TCL, muestre que la máxima cantidad de reservaciones que puede aceptar el restaurante para que la probabilidad de poder servir a todos los clientes que vendrán sea mayor o igual a 97,72 %, es aproximadamente $n = 90$. *Indicación:* defina X_i como la v.a. que vale 1 si el cliente de la i -ésima reserva efectivamente llega, y 0 si no.
 - 2) (1,0 pto.) Suponga que una noche se acepta el máximo de $n = 90$ reservaciones. Sin utilizar el TCL, obtenga una cota inferior para la probabilidad de que lleguen entre 63 y 81 clientes.
- P3.** A usted se le encarga realizar un estudio preliminar sobre la concentración de mineral en un posible futuro yacimiento minero. La variable de interés se modela como una $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ con ambos parámetros desconocidos.
- a) (3,0 ptos.) Usted toma 16 muestras de roca, obteniendo un promedio de 105,0 y una desviación estándar (es decir, la raíz del estimador insesgado de la varianza) de 9,0. Obtenga intervalos de confianza para μ y σ^2 al nivel 95 %.

Los inversionistas están preocupados por estos datos, sobre todo por la variabilidad de la concentración del mineral, pues podría afectar negativamente los procesos productivos. Para tener mayor información al respecto, se le encarga a usted planificar un *nuevo* estudio sobre σ^2 .

- b) (1,5 pto.) Usted planea obtener un nuevo intervalo de confianza para σ^2 con una nueva muestra de 101 datos y el mismo nivel de confianza de 95 %. Calcule el *largo esperado* del intervalo a obtener, en función de σ^2 .
- c) (1,5 pto.) Se lleva a cabo el estudio planificado por usted, obteniendo un promedio de 108,0 y desviación estándar de 10,0. Por simplicidad y dado que el tamaño de la muestra es bastante grande, se trabajará con σ^2 igual al estimador insesgado obtenido en la muestra. Con estos datos, obtenga un nuevo intervalo de confianza para μ al 99 %.