MA2601-4 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Profesor: Gino Montecinos G.
Auxiliares: Felipe Matus D. Danko Lobos B.

Auxiliar Examen

18 de Agosto de 2016

P1.- Considere el siguiente Sistema No Lineal Autónomo

$$\begin{cases} x' = sen(x)cos(y) \\ y' = -cos(x)sen(y) \end{cases}$$

a) Demuestre que los puntos críticos son los puntos del conjunto

$$\mathcal{P}_c = \{(m\pi, n\pi)/m, n \in \mathbb{Z}\} \cup \{(\tfrac{\pi}{2} + m\pi, \tfrac{\pi}{2} + n\pi)/m, n \in \mathbb{Z}\}$$

b) Analice tipo y estabilidad de todos los puntos críticos.

c) Bosqueje el diagrama de fase en $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$. Indique el sentido de las trayectorias.

P2.- Calcule la transformada de la solución de:

$$2y''' + y'' + 7y' = e^x cos(x)$$
$$y''(0) = y'(0) = y(0) = 0$$

P3.- Resuelva utilizando Laplace:

a)
$$y'' - y' = senh(x)$$
$$y(0) = y'(0) = 0$$

b)
$$tx'' - 2x' + tx = 0$$
$$x(0) = 0$$

Indicación. Puede usar que $sen(\alpha)sen(\beta - \alpha) = \frac{cos(2\alpha-\beta)-cos(\beta)}{2}$

P4.- Encuentre la antitransformada de Laplace de $ln(\frac{s-3}{s+1})$

P5.- Determine la solución general del siguiente sistema:

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 1 \\ y_2' = 4y_2 - y_3 \\ y_3' = y_2 + 2y_3 \end{cases}$$

P6.- Considere la aproximación:

$$\int_{-1}^{1} f(t)dt = Af(-1) + Bf(0) + Cf(1)$$

a) Calcule los coeficientes A, B, C tales que las funciones $f_1(t) = 1, f_2(t) = x, f_3(t) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$ satisfagan exactamente la ecuación de arriba.

b) Considere el Método de Ralston:

$$Y_n = \begin{cases} Y_0 & si \quad n = 0 \\ Y_{n-1} + \frac{h}{4}[f(x_{n-1}, Y_{n-1}) + 3f(x_{n-1} + \frac{2h}{3}, Y_{n-1} + \frac{2h}{3}(f(x_{n-1}, Y_{n-1})))] & si \quad n > 0 \end{cases}$$

Y además la ecuación:

$$y' = ay \qquad a > 0$$

$$y(0) = 1$$

Juegue.

“A la gente le gusta inventarse monstruos y monstruosidades. Entonces se parecen menos monstruosos a sí mismos. Cuando beben como una esponja, engañan, roban (...) entonces, como que se les quita un peso de encima. Y les resulta más fácil vivir.”

- Andrzej Sapkowski.