MA1102-1 Álgebra Lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Felipe Salas.

Auxiliar 2

1. Resuelva el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 24 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 &= 4 \end{aligned}$$

2. a) Sean $A, B \in \mathbb{M}_{nm}(\mathbb{R})$, pruebe que

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}^n,\ \forall y \in \mathbb{R}^m \quad x^t A y = x^t B y$$

   b) Sean $A,\ B$ matrices simétricas de $n \times n$ con coeficientes reales, pruebe que

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}^n \quad x^t A x = x^t B x$$

3. Indique para qué valores de a y b el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} x_1 + ax_2 - x_3 &= 1 \\ -x_1 + (a-2)x_2 + x_3 &= b \\ 2x_1 + 2x_2 - (a-2)x_3 &= a \end{aligned}$$

   a) Tiene infinitas soluciones
   b) No tiene solución
   c) Tiene una única solución

4. Sea P una matriz tal que $P^2 = P$

   a) Demuestre que $\forall k \in \mathbb{N},\ P^k = P$
   b) Pruebe que si $A = (I - P)$, entonces $A^k = A,\ \forall k \in \mathbb{N}$
   c) Para $u \in \mathbb{R}^n$ se define la norma de u como

$$\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2}$$

   Pruebe que si $\|u\| = 1$, entonces $P = uu^t$ verifica que $P^k = P,\ \forall k \in \mathbb{N}$