**MA1102-1 Álgebra Lineal**
**Profesor:** Alejandro Maass
**Auxiliar:** Felipe Salas.

# Auxiliar 8

P1. Sean $L_1$ y $L_2$ los conjunto solución de los sistemas:

$$L_1 \begin{cases} x+z &= 1 \\ \alpha x + y + z &= 0 \end{cases}, \quad L_2 \begin{cases} 2\alpha x + y + z &= 1 \\ x+y+z+2 &= 0 \end{cases}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

a) 1) Resuelva los sistemas $L_1$ y $L_2$ y decida para qué valores de $\alpha$ los conjuntos $L_1$ y $L_2$ son rectas.
   2) Escriba ecuaciones vectoriales para $L_1$ y $L_2$.
   3) Determine el valor de $\alpha$ para que $L_1$ y $L_2$ sean ortogonales y, para ese valor de $\alpha$, verifique que $L_1 \bigcap L_2 = \emptyset$

b) Considere el plano

$$\Pi : x + y + z = 1.$$

Determine las coordenadas del punto proyección del origen sobre el plano $\Pi$ y calcule la distancia del origen al plano $\Pi$.

P2. En el siguiente problema $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$ denota el espacio vectorial de polinomios con coeficiente en $\mathbb{R}$ de grado menor o igual que 3. Considere el subespacio vectorial $U = \{p \in \mathbb{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(1) = p'(1) = 0\}$

a) Encuentre una base de $U$ y su dimensión.

b) Extienda la base de la parte anterior a una base de $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$.

c) Considere ahora el subespacio vectorial $W = \{p \in \mathbb{P}_3(\mathbb{R}) \mid p''(0) = 0\}$.
   1) Encuentre una base de $W$ y su dimensión.
   2) Encuentre una base de $U \bigcup W$ y su dimensión.
   3) Pruebe que $\mathbb{P}_3(\mathbb{R}) = U + W$.

P3. Sea $P = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $\Pi_1$ el plano que pasa por el origen y tiene directores $d_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $d_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule la proyección ortogonal $P_0$ de $P$ sobre el plano $\Pi_1$.

b) Calcule la ecuación de la recta $L$ que se obtiene como la intersección de $\Pi_1$ con el plano $\Pi_2$ de ecuación $x + 2y = 2$.

c) Calcule la proyección ortogonal de $P_0$ sobre la recta $L$.

d) Calcule la distancia de $P$ a la recta $L$.