



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra 09-1

EXAMEN

P1] Sea R una relación de equivalencia en \mathbb{N}/R (conjunto cociente de \mathbb{N}) la relación Ω por:
 $[x]_R \Omega [y]_R \Leftrightarrow \min [x]_R \leq \min [y]_R$

P2] Demuestre por inducción que $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=0}^n \frac{2^k}{a^{2^k} + 1} = \frac{2^{n+1}}{1 - a^{2^{n+1}}} - \frac{1}{1 - a}, \quad a \neq \pm 1$$

P3] Calcule las siguientes sumatorias

$$S_1 = \sum_{k=1}^n (k+1) \ln \left(\frac{k}{k+1} \right); \quad S_2 = \sum_{k=1}^n \frac{k 2^k}{(k+2)!}$$

P4] Sea $(G, *)$ un grupo y $\varphi : (G, *) \rightarrow (G, *)$ un morfismo. Se define $F_\varphi = \langle a \in G \mid \varphi(a) = a \rangle$.
Demuestre que $(F_\varphi, *)$ es subgrupo de $(G, *)$.

P5] Resolver en \mathbb{C} la ecuación $z^6 - 2iz^3 - 1 = 0$ indicando la multiplicidad de cada raíz.

P6] Determinar $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ un polinomio monico de grado 3, que satisfaga las siguientes condiciones.

i) $p(0) = p(2) = 0$

ii) El resto de dividir $p(x)$ por $(x-1)$ es el mismo que el resto obtenido al dividir $p(x)$ por $(x-3)$