

MA1101-7 Introducción al Álgebra

Profesor: José Soto San Martín.

Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.

Fecha: Jueves 24 de Marzo.



Auxiliar Extra: Repaso Control 1

P1. Lógica

- (a) Demuestre, sin usar tablas de verdad, que:
- $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$.
 - $(p \vee q \Leftrightarrow p \wedge r) \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow r)]$.
- (b) Sean p, q, r tres proposiciones tales que $(\bar{p} \vee q) \Rightarrow r$ es falsa. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.
- $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$.
 - $r \Rightarrow [p \Leftrightarrow \overline{q \vee r}]$.

P2. Cuantificadores

- (a) Sean $p(x), q(x)$ dos funciones proposicionales. Muestre que si

$$(\exists!x)(p(x)) \wedge (\exists!x)(q(x)),$$

entonces la siguiente implicación es verdadera

$$(\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \Rightarrow (\exists!x)(p(x) \wedge q(x)).$$

- (b) Muestre que las proposiciones:

$$(\forall x)(\exists y)(p(x) \Rightarrow p(y)) \text{ y } (\exists y)(\forall x)(p(x) \Rightarrow p(y))$$

son ambas verdaderas para cada función proposicional p .

P3. Conjuntos

- (a) Sea A un subconjunto **fijo** del conjunto universo $\mathcal{U}$. Probar que $(\forall X, Y \subseteq \mathcal{U})$ se tiene que

$$(X \cup A = Y \cup A) \wedge (X \cap A = Y \cap A) \Rightarrow X = Y$$

.

- (b) Sean A, B subconjuntos de un mismo universo $\mathcal{U}$. Denotamos $C = (A \cup B)^c$. Probar que

$$(A \triangle B) \triangle C = A \cup B \cup C \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

.

- (c) Sea $A \subseteq \mathcal{U}, A \neq \emptyset$. Se define $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{U})$ por:

$$X \in \mathcal{F}_A \Leftrightarrow X \in \mathcal{U} \wedge X \cap A \neq \emptyset.$$

Demuestre que :

- $\mathcal{U} \in \mathcal{F}_A \wedge A \in \mathcal{F}_A$
- Si $B, C \in \mathcal{P}(\mathcal{U}) \wedge B \in \mathcal{F}_A \Rightarrow (B \cup C) \in \mathcal{F}_A$
- $(\mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}) \subseteq \mathcal{F}_A$