

MA1101-7 Introducción al Álgebra

Profesor: José Soto San Martín.

Auxiliar: Ilana Mergudich Thal.

Fecha: Miércoles 16 de Marzo.



Auxiliar 1: Lógica

Resumen:

Tautologías Importantes

- Leyes de De Morgan:

$$\overline{p \vee q} \Leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$$

$$\overline{p \wedge q} \Leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$$

- Transitividad:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$

- Caracterización del Implica:

$$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \overline{p} \vee q$$

- Contrarecíproca:

$$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \overline{q} \Rightarrow \overline{p}$$

- Caracterización de la Equivalencia:

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

Cuantificadores

- $\overline{(\forall x)p(x)} \Leftrightarrow (\exists x)\overline{p(x)}$

- $\overline{(\exists x)p(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{p(x)}$

- $(\exists!x)p(x) \Leftrightarrow$

$$[(\exists x)p(x)] \wedge [(\forall x)(\forall y)\{(p(x) \wedge p(y)) \Rightarrow (x = y)\}]$$

P1. Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones p, q, r, s, t sabiendo que la siguiente proposición es falsa:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{r \Rightarrow \overline{s} \wedge \overline{t}}] \Rightarrow [\overline{s} \wedge (q \Rightarrow s)]$$

P2. Demuestre, sin usar tablas de verdad, que las siguientes proposiciones son tautologías:

(a) $[p \vee (p \wedge q)] \Leftrightarrow p$

(b) $[(p \Rightarrow \overline{q}) \wedge (r \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow \overline{r})$

P3. Se define el conectivo lógico * a través de la siguiente tabla de verdad:

p	q	$p * q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Escriba las siguientes proposiciones, utilizando sólo este nuevo conectivo:

(a) \overline{p}

(b) $p \vee q$

(c) $p \wedge q$

P4. Sea F un conjunto de personas en una fila. Para $x, y \in F$ se define la función proposicional $\phi(x, y)$: "x está más adelante que y en la fila". Sea $p \in F$, extraiga toda la información que pueda de las siguientes proposiciones cuantificadas:

(a) $(\forall x \in F)[\phi(x, p) \vee x = p]$.

(b) $(\exists! x \in F)[\phi(x, p) \vee \phi(p, x)]$.

P5. (a) Demuestre que $(\exists y)[p(y) \Rightarrow (\forall x)p(x)]$ es tautología.

(b) Muestre que las proposiciones: $(\forall x)(\exists y)(p(x) \Rightarrow p(y))$ y $(\exists y)(\forall x)(p(x) \Rightarrow p(y))$ son ambas verdaderas para cada función proposicional p .