Control Recuperativo

P1. Sea E un conjunto numerable. En $\mathcal{P}(E)$ se define la relación $\mathcal{R}$ por:

$$A\mathcal{R}B \Leftrightarrow \exists f : A \to B \text{ biyectiva.}$$

(i) (3,0 ptos.) Pruebe que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.

(ii) (3,0 ptos.) Demuestre que la clase de equivalencia de un conjunto infinito $A \in \mathcal{P}(E)$, es la colección de los subconjuntos numerables de E, es decir,

$$[A]_{\mathcal{R}} = \{X \subseteq E \mid X \text{ es numerable}\}.$$

Indique (justificando), dos elementos en $[A]_{\mathcal{R}}$, si $A \neq E$.

P2. Sea $\mathcal{U} \neq \phi$ un conjunto universo. Se define la función

$$\begin{aligned} f : \mathcal{P}(\mathcal{U}) \times \mathcal{P}(\mathcal{U}) &\longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{U}) \\ (X, Y) &\longmapsto f((X, Y)) = X \setminus Y \end{aligned}$$

(i) (2,0 ptos.) Demuestre que $f^{-1}(\{\mathcal{U}, \phi\}) = \{(\mathcal{U}, \phi)\} \cup \{(X, Y) \mid X \subseteq Y\}$.
Indicación: Note que son preimágenes.

(ii) (1,0 pto.) Determine, justificando, $f(D)$ (imagen de D) en que $D = \{(X, X) \mid X \in \mathcal{P}(\mathcal{U})\}$.

(iii) (1,5 ptos.) Demuestre que f es sobreyectiva.

(iv) (1,5 ptos.) ¿Es f es biyectiva? Justifique.

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15