Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra 08-1

Control 3

P1. (i) (3 ptos.) Se define la relación $\mathcal{R}$ en $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ por:

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow xy > 0.$$

Demuestre que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Calcule el conjunto cuociente $(\mathbb{R} \setminus \{0\})/\mathcal{R}$.

(ii) Sea E un conjunto no vacío y considere $K \in \mathcal{P}(E)$ fijo, con $K \neq \phi$. Se define en $\mathcal{P}(E)$ la relación $\mathcal{R}_K$ por

$$A\mathcal{R}_K B \Leftrightarrow B \cap K \subseteq A.$$

(a) (1,5 ptos.) Pruebe que $\mathcal{R}_K$ es refleja y transitiva.

(b) (1,5 ptos.) Proponga un conjunto $K \in \mathcal{P}(E)$ de modo que $\mathcal{R}_K$ sea una relación de **orden**. Justifique.

P2. (i) (4 ptos.) Considere la siguiente colección de números reales definida por recurrencia:

$$a_0 = 0$$
$$a_{n+1} = \frac{3}{4 - a_n}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Usando inducción demuestre que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad a_n = \frac{3(3^n - 1)}{3^{n+1} - 1}.$$

(ii) (2 ptos.) Demuestre, usando inducción, que el producto de 3 números naturales consecutivos es divisible por 6.

26 de abril de 2008
Sin consultas
Tiempo: 1:15