Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Introducción al Álgebra 14-1

Control 3

P1. Dados $a, b \in \mathbb{N}$, fijos, con $a \geq 1$ y $b \geq 2$, se define en $\mathbb{Z}$ la relación $\mathcal{R}$ por:

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow b|ax+y, \text{ es decir, } b \text{ divide a } ax+y$$

(i) (2,0 ptos.) Demuestre que $\mathcal{R}$ es refleja si y sólo si $b|(a+1)$ (b es divisor de $(a+1)$).

(ii) (2,0 ptos.) Demuestre que si $\mathcal{R}$ es simétrica, entonces $b|(a^2-1)$ (b es divisor de (a^2-1)).

(iii) (2,0 ptos.) Demuestre que para $a = 3$ y $b = 4$, $\mathcal{R}$ es relación de equivalencia y encontrar $\mathbb{Z}/\mathcal{R}$ (conjunto cuociente).

P2. (a) (3,0 ptos.) Demuestre por inducción que

$$(1+x)^n \geq 1 + nx, \ \forall n \in \mathbb{N}, \ x > -1, \ x \text{ fijo.}$$

(b) (3,0 ptos.) Sea la secuencia definida por.

$$a_1 = 1, \ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n+1}, \ \forall n \geq 1.$$

Pruebe, usando inducción, que $\forall n \geq 1$,

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = (n+1)a_n - n.$$

Consultas sólo al auxiliar de control
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15