Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Introducción al Álgebra 09-1

Control 3

P1. (a) Se define por recurrencia la colección de reales $(a_n)_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}$ de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \\ a_{n+1} &= \frac{12}{1+a_n}, \quad \forall n \geq 1. \end{aligned}$$

Demuestre por inducción que

a.1) (2,0 ptos.) $a_{2n-1} < a_{2n+1}, \quad \forall n \geq 1.$

a.2) (2,0 ptos.) $a_{2n} > 3, \quad \forall n \geq 1.$

(b) (2,0 ptos.) Sean $a_1, a_2, \ldots, a_n$ reales positivos ($a_i > 0$, $\forall i \in \{1, \ldots, n\}$).
Demuestre por inducción que

$$(1+a_1)\cdot(1+a_2)\cdot(1+a_3)\cdot\ldots\cdot(1+a_n) \geq 1 + \sum_{k=1}^{n} a_k.$$

P2. Sea E un conjunto y $A \neq \phi$ un subconjunto fijo de E. Se define en $\mathcal{P}(E)$ la relación $\mathcal{R}$ por:

$$X\mathcal{R}Y \Leftrightarrow A \setminus X = A \setminus Y.$$

(i) (3,0 ptos.) Demuestre que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia.

(ii) (3,0 ptos.) Demuestre que el conjunto cuociente

$$\mathcal{P}(E)/\mathcal{R} = \{[X]_{\mathcal{R}} \mid X \in \mathcal{P}(A)\}.$$

25 de abril de 2009
Sin consultas
Tiempo: 1:15 hrs.