Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra 07-1

Control 3

P1. Sea $U \neq \emptyset$ un conjunto universo. Se define la función $f : \mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U) \to \mathcal{P}(U)$ por $f(X,Y) = X \setminus Y$, para cada $(X,Y) \in \mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U)$.

(a) (1.5 ptos.) Demuestre que $f^{-1}(\{U,\emptyset\}) = \{(U,\emptyset)\} \cup \{(X,Y) \in \mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U) \mid X \subseteq Y\}$.

(b) (0.5 ptos.) Determine, justificando, $f(D)$ (conjunto imagen de D). En donde $D = \{(X,X) \in \mathcal{P}(U) \times \mathcal{P}(U) \mid X \in \mathcal{P}(U)\}$.

P2. Sea $A \neq \emptyset$ un conjunto y $\mathcal{R}$ una relación en A. Se define la relación $\mathcal{R}^*$ en $A \times A$ por:

$$(a,b)\mathcal{R}^*(a',b') \;\Leftrightarrow\; (a\mathcal{R}a') \wedge (b\mathcal{R}b').$$

(a) (1.5 ptos.) Demuestre que si $\mathcal{R}$ es de orden, entonces $\mathcal{R}^*$ también lo es.

(b) (0.5 ptos.) Muestre que si A tiene el menos dos elementos y $\mathcal{R}$ es un orden total, entonces $\mathcal{R}^*$ es sólo un orden parcial.

(c) (1.0 ptos.) Demuestre que si $\mathcal{R}$ es de equivalencia, entonces $\mathcal{R}^*$ también lo es.

(d) (1.0 ptos.) Para $(a,b) \in A \times A$, demuestre que

$$[(a,b)]_{\mathcal{R}^*} = [a]_{\mathcal{R}} \times [b]_{\mathcal{R}}.$$

14 de abril de 2007