Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Matemática
MA1101 Introducción al Álgebra 10-1

Control 2

P1. Sea $\mathcal{U} \neq \varnothing$ un conjunto universo. Se define la función $f : P(\mathcal{U}) \times P(\mathcal{U}) \to P(\mathcal{U})$ por $f(X, Y) = X \cup Y$ para cada $(X, Y) \in P(\mathcal{U}) \times P(\mathcal{U})$.

(i) (1.0 ptos.) Calcule, justificando su respuesta, $f^{-1}(\{\varnothing\})$.

(ii) (2.0 ptos.) Demuestre que $f^{-1}(\{\mathcal{U}\}) = \{(X, Y) \in P^2(\mathcal{U}) \ / \ X^c \subseteq Y\}$.

(iii) (1.5 ptos.) Demuestre que f es sobreyectiva.

(iv) (1.5 ptos.) ¿Es f biyectica? Justifique.

P2. (a) (3.0 ptos.) Sea $\mathcal{F} = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \ / \ (\exists a \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}),\ f(x) = ax^2\}$.
Se define la función $\varphi : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$ por $\forall f \in \mathcal{F}$, $\varphi(f) = f(2)$.
Demuestre que φ es una función biyectiva.

(b) (3.0 ptos.) Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tal que $(\forall x \in \mathbb{R})\ g(g(x)) = x^3 + 1$.
Pruebe que g es biyectiva.

Tiempo: 1.15 horas.