Pauta Problema 2

Sea $\mathcal{U}$ conjunto universo y $A \subseteq \mathcal{U}$. Se define $f: \mathcal{P}(\mathcal{U}) \to \mathcal{P}(\mathcal{U})$ por $f(X) = X - A$ $\forall X \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$

a) Si $A \neq \emptyset$ muestre que f no es sobreyectiva.

Si f fuera sobreyectiva debe cumplirse que

10 $(\forall Y \in \mathcal{P}(\mathcal{U}))(\exists X \in \mathcal{P}(\mathcal{U}))\ Y = f(X) = X - A$

Pero esto no es posible para $Y \subseteq A$, por ejemplo, pues

$X - A = Y \Rightarrow X \cap A^c = Y$ donde $X \cap A^c \subseteq A^c \wedge Y \subseteq A$

b) Si f inyectiva $\Longrightarrow A = \emptyset$

Supongamos que $A \neq \emptyset \Longrightarrow \exists a \in A$.

$\{a\} \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$.

Sea $X \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$, X puede ser el $\emptyset$.

1) Si $a \in X \Longrightarrow (X - \{a\}) \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$

$f(X) = f(X - \{a\}) \wedge X \neq X - \{a\}$

luego f NO es inyectiva

2) Si $a \notin X \Longrightarrow (X \cup \{a\}) \in \mathcal{P}(\mathcal{U})$

$f(X) = f(X \cup \{a\}) \wedge X \neq X \cup \{a\}$

f no es inyectiva. 3 ptos