

Introducción al Álgebra MA1101-5

**Profesor:** Maya Stein.**Auxiliar:** Juan Pedro Ross**Fecha:** Jueves 17 de Marzo.

## Auxiliar 1: Lógica y Cuantificadores

### Resumen:

- Leyes de De Morgan:
 
$$\overline{p \vee q} \Leftrightarrow \overline{p} \wedge \overline{q}$$

$$\overline{p \wedge q} \Leftrightarrow \overline{p} \vee \overline{q}$$
- Transitividad:
 
$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$$
- Tabla del "o", del "y" y del "implica":
 
$$[(p \vee q) \Leftrightarrow F] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow F)$$

$$[(p \wedge q) \Leftrightarrow V] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow V)$$

$$[(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow F] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow V \wedge q \Leftrightarrow F)$$
- Cuantificadores:
 
$$\overline{(\forall x)p(x)} \Leftrightarrow (\exists x)\overline{p(x)}$$

$$\overline{(\exists x)p(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{p(x)}$$
- Caracterización del Implica:
 
$$[p \Rightarrow q] \Leftrightarrow [\overline{p} \vee q]$$
- Contrarecípoca:
 
$$[p \Rightarrow q] \Leftrightarrow [\overline{q} \Rightarrow \overline{p}]$$
- Caracterización de la Equivalencia:
 
$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

**P1.** Se define el conectivo lógico  $*$  a través de la siguiente tabla de verdad:

$p$	$q$	$p * q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Muestre que:

- $\overline{p} \Leftrightarrow p * p$
- $p \vee q \Leftrightarrow (p * q) * (p * q)$
- $p \wedge q \Leftrightarrow (p * p) * (q * q)$

**P2.** Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones  $p, q, r, s, t$  sabiendo que la siguiente proposición es falsa:

$$[(p \Leftrightarrow q) \wedge \overline{r} \Rightarrow \overline{s} \wedge \overline{t}] \Rightarrow [\overline{s} \wedge (q \Rightarrow s)]$$

**P3.** Demuestre, sin usar tabla de verdad, que la siguientes proposición es una tautología:

$$[(p \Rightarrow \overline{q}) \wedge (r \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow \overline{r})$$

**P4.** Sea  $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  Escribir en símbolos matemáticos y averiguar el valor de verdad de las siguientes proposiciones y luego niéguelas:

- (a) Hay un elemento en  $A$  que es mayor que los restantes
- (b) Para cada elemento en  $A$  existe otro en  $A$  que es menor o igual que él.
- (c) Existe un elemento cuyo cuadrado es igual a si mismo.

**P5.** tenemos las siguientes proposiciones:

$$p : (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})x \leq y$$

$$q : (\forall y \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R})x \leq y$$

Determinar los valores de verdad de cada una y negarlas.

¿Y para qué sirve todo esto?

**P6.** Demuestre que si los 123 residentes de un edificio tienen edades que suman 3813 años, entonces existen 100 de ellos cuyas edades suman al menos 3100 años.