

P1) No dicea P. de grado 3

$$\Rightarrow P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

y como es mónico  $\Rightarrow \boxed{a=1}$

$$\text{además } p(0) = p(2) = 0$$

$$\Rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{d=0}$$

$$p(2) \Rightarrow \boxed{8 + 4b + 2c = 0} \quad \star$$

NOTEMOS QUE EL RESIDUO ES TAL QUE

$$\begin{array}{r} x^3 + bx^2 + cx \div (x-1) = x^2 + (b+1)x + (c+b+1) \\ - (x^3 - x^2) \\ \hline (b+1)x^2 + cx \\ - ((b+1)x^2 - (b+1)x) \\ \hline (c+b+1)x \\ - ((c+b+1)x - (c+b+1)) \\ \hline \boxed{c+b+1} \leftarrow \text{resto} \end{array}$$

$$x^3 + bx^2 + cx \div (x-3) = x^2 + (b+3)x + (c+3b+9) - (x^3 - 3x^2)$$

$$\begin{array}{r} (b+3)x^2 + cx \\ - ((b+3)x^2 - 3(b+3)x) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (c+3b+9)x \\ - ((c+3b+9)x - 3(c+3b+9)) \end{array}$$

$$3(c+3b+9) \leftarrow \text{resto}$$

$$\Rightarrow c+b+1 = 3c+9b+27$$

$$\boxed{0 = 2c+8b+26}$$

contando con \*

$$\Rightarrow 0 = (-8-4b) + 8b + 26 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} 4b = -18 \\ b = -\frac{9}{2} \end{array}}$$

$$0 = 2c - 36 + 26$$

$$\Rightarrow 2c = 10 \Rightarrow \boxed{c = 5}$$

$$\Rightarrow p(x) = x^3 + \frac{9}{2}x^2 + 5x //$$

(otra forma más simple era usar que  $p(x) \div (x-c) = q(x)$  con resto  $p(c)$  //

P2)  $p(x) = 6x^5 - 25x^4 + 16x^3 + 21x^2 - 18x$

$\Rightarrow p(x) = x(6x^4 - 25x^3 + 16x^2 + 21x - 18)$

Sabemos que si  $\frac{r}{s}$  es raíz

$\Rightarrow r/a_0 \text{ y } s/a_n$

$\Rightarrow$  como tenemos 3 raíces enteras

$r_1 | 18, r_2 | 18, r_3 | 18$

OJO que puede ser que alguna de esas  $r$  se la raíz 0 que ya está contabilizada.

Como son no negativas

$\Rightarrow r_i \in \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \quad i \in \{1, 2, 3\}$

claramente  $6 \cdot 18^5$  es muy grande  
jamás  $p(18) = 0$

$\Rightarrow$  vamos a partir con las menores.

$r=1 \Rightarrow 6 - 25 + 16 + 21 - 18 = 0 \quad // \quad \checkmark$

$r = 6x^4 - 25x^3 + 16x^2 + 21x - 18 \div (x-1) = 6x^3 - 19x^2 - 3x + 18$

$r - (6x^4 - 6x^3)$

$-19x^3 + 16x^2$

$-(-19x^3 + 19x^2)$

$-3x^2 + 21x$

$-(-3x^2 + 3x)$

$18x - 18$

$18x - 18$

$0 \quad //$

Veremos si  $r=2$

$$6 \cdot 8 - 19 \cdot 4 - 3 \cdot 2 + 18 \neq 0$$

$$r=3$$

$$6 \cdot 3^3 - 19 \cdot 9 - 3 \cdot 3 + 18 = 0 \quad \checkmark$$

$$6x^3 - 19x^2 - 3x + 18 \div (x-3) = 6x^2 - x - 6$$
$$\begin{array}{r} 6x^3 - 19x^2 - 3x + 18 \\ -(6x^3 - 18x^2) \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 - 3x \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -( -x^2 + 3x ) \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -6x + 18 \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -(-6x + 18) \hline \end{array}$$

$$0 \quad //$$

$$6x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6 \cdot 6}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{145}}{12} \quad //$$

$$\Rightarrow p(x) = x(x-1)(x-3)\left(x - \frac{1 - \sqrt{145}}{12}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{145}}{12}\right)$$
$$//$$

P4

$$\sum_{j=1}^6 \frac{(-1)^j}{(j+1)^2} \sum_{k=1}^j (4k^3 x^{j-1})$$

$$= \sum_{j=1}^6 \frac{(-1)^j}{(j+1)^2} \left( \sum_{k=1}^j 4k^3 x^{j-1} \right)$$

$$= \sum_{j=1}^6 \frac{(-1)^j}{(j+1)^2} \left( 4x^{j-1} \sum_{k=1}^j k^3 \right)$$

$$= \sum_{j=1}^6 \frac{(-1)^j}{(j+1)^2} \left( \frac{4x^{j-1} \cdot (j^2(j+1)^2)}{4} \right)$$

$$\sum_{j=1}^6 (-1)^j x^{j-1} \cdot 2$$

$$= (-1)^1 x^{1-1} \cdot 1^2 + (-1)^2 x^{2-1} \cdot 2^2 + (-1)^3 x^{3-1} \cdot 3^2 + (-1)^4 x^{4-1} \cdot 4^2 + (-1)^5 x^{5-1} \cdot 5^2 + (-1)^6 x^{6-1} \cdot 6^2$$

$$= -1 + 4x - 9x^2 + 16x^3 - 25x^4 + 36x^5 //$$

Por lo explicado en P2

las posibles raíces enteras son -1, 1, 0

$$P(0) = -1 \neq 0$$

$$P(1) = -1 + 4 - 9 + 16 - 25 + 36 = 56 - 35 \neq 0$$

$$P(-1) = -1 - 4 - 9 - 16 - 25 - 36 \neq 0 \quad \therefore \text{NO HAY RAÍCES ENTERAS.}$$