Ejercicio: Regla de Ruffini.

División de un polinomio P(x) entre un monomio de la forma $x-a$

Efectúa la siguiente división: $\left(-3x^5+4x^3-5x+1\right):(x-2)$

1 En la primera fila colocamos los coeficientes del dividendo ordenados según las potencias decrecientes.

4 Los números de la segunda fila se consiguen multiplicando el término independiente del divisor por el último número conseguido de la tercera fila:
2·(–3)=–6 2·(–6)=–12
2·(–8)=–16 2·(–16)=–32
2·(–37)=–74

	-3	0	4	0	-5	1
2		-6	-12	-16	-32	-74
	-3	-6	-8	-16	-37	$\boxed{-73}$

2 Término independiente del divisor cambiado de signo

3 Coeficiente principal del dividendo

5 Suma de los números superiores.

6 Suma de los números superiores.
Es el resto de la división.

7 Los coeficientes del polinomio cociente són los números de la tercera fila menos el último que es el resto. En este caso los coeficientes son: (–3,–6,–8,–16,–37)

Por tanto el cociente es $-3x^4-6x^3-8x^2-16x-37$

El resto es $R=-73$

Ejercicio 2:

Calcula el valor del polinomio $p(x)=2x^4-3x^2+5x+1$ en $x=2$ por dos métodos distintos.

Solución:

Por la definición de valor de un polinomio:

$p(2)=2\cdot 2^4-3\cdot 2^2+5\cdot 2+1=31$

Por el teorema del resto $p(2)$ es el resto de dividir $p(x)$ entre $x-2$

Efectuemos la división utilizando la regla de Ruffini:

	2	0	-3	5	1
2		4	8	10	30
	2	4	5	15	$\boxed{31}$

El resto de la división es R=31, por tanto, $p(2)=31$

Ejercicio 3:

Calcula el resto de la división $(x^5+7):(x+2)$ por dos métodos distintos:

Efectuando la división por la regla de Ruffini:

	1	0	0	0	0	7
-2		-2	4	-8	16	-32
	1	-2	4	-8	16	$\boxed{-25}$

El resto de la división es $R=-25$

Utilizando el teorema del resto, el resto de dividir $(x^5+7):(x+2)$ es $p(-2)$

Por tanto, $R=p(-2)=(-2)^5+7=-25$

Factorización de un polinomio aplicando el teorema del resto.

Si dividimos $p(x):(x-a)$ y la división es exacta:

$$\begin{array}{l|l} p(x) & x-a \\ \cline{2-2} 0 & q(x) \end{array}$$

Entonces, $p(x)=(x-a)\cdot q(x)$

Diremos que $x=a$ es una raíz o cero del polinomio $p(x)$

Teorema:

Siga $p(x)$ es un polinomio con coeficientes enteros y $x=a$ es un cero entero del polinomio $x=a$, entonces $x=a$ divide al término independiente del polinomio $p(x)$.

Ejercicio 4:

Factoriza el polinomio $p(x)=x^4+x^3-6x^2-4x+8$.

Solución:

Por el teorema anterior, si el polinomio tiene ceros enteros, estos son divisores del término independiente 8.

Los divisores enteros de 8 son $1,-1,2,-2,4,-4,8,-8$

$x=1$, es un cero ya que $p(1)=1^4+1^3-6\cdot1^2-4\cdot1+8=0$

Entonces podemos efectuar la división:

	1	1	-6	-4	8
1		1	2	-4	-8
	1	2	-4	-8	$\boxed{0}$

Por tanto,

$p(x)=x^4+x^3-6x^2-4x+8=(x-1)\cdot(x^3+2x^2-4x-8)$

Repetiremos el procedimiento con el polinomio cociente x^3+2x^2-4x-8

	1	2	-4	-8
2		2	8	8
	1	4	4	$\boxed{0}$
-2		-2	-4	
	1	2	$\boxed{0}$	
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Entonces,

$$x^3+2x^2-4x-8=(x-2)\cdot\left(x^2+4x+4\right)=$$
$$=(x-2)\cdot(x-(-2))\cdot(x-(-2))=$$
$$=(x-2)\cdot(x+2)^2$$

Por tanto,

$$p(x)=x^4+x^3-6x^2-4x+8=(x-1)\cdot(x-2)\cdot(x+2)^2$$

Los ceros o raíces del polinomio $p(x)$ son $x=1,2,-2,-2$