



### Control 5

**P1.** (30 %) Calcular el valor de

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} b^i,$$

en donde  $b$  es un real fijo y  $b \neq \frac{1}{2}$ .

**P2.** (35 %) Se define en  $\mathbb{R}^2$  la ley de composición interna  $*$  por

$$\forall (a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2 \quad (a, b) * (c, d) = (ac, bc + d).$$

Se pide:

- (a) (1 pto.) Estudiar la conmutatividad de  $*$  en  $\mathbb{R}^2$ .
  - (b) (1 pto.) Estudiar la asociatividad de  $*$  en  $\mathbb{R}^2$ .
  - (c) (1 pto.) Determine el neutro en  $\mathbb{R}^2$  para  $*$ .
  - (d) (2 ptos.) Determine qué elementos son invertibles para  $*$  y calcule sus inversos.
  - (e) (1 pto.) Determine los elementos idempotentes para  $*$  en  $\mathbb{R}^2$ .
- P3.** (35 %) Sea  $A$  un conjunto numerable. Se define  $\mathcal{F} = \{f : \{1, 2, 3\} \rightarrow A \mid f \text{ es función}\}$ . Demuestre que  $|\mathcal{F}| = |A \times A \times A|$  y concluya (justificando) que  $\mathcal{F}$  es numerable.

12 de mayo de 2007