

## Control Recuperativo

**P1.** Una serie de números naturales,  $F_0, F_1, F_2, \dots, F_n, \dots$  cumplen que  $F_0 = 0, F_1 = 1$  y  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \forall n \geq 2$

i) (2.0 ptos.) Demuestre por inducción que:

$$\sum_{i=1}^n F_i = F_{n+2} - 1$$

ii) (4 ptos.) Demuestre por inducción que  $F_n > (\frac{3}{2})^{n-1}, \forall n \geq 6$ .

**P2.** Sean  $A; B$  conjuntos y  $f : A \rightarrow B$  una biyección fija.

Sean  $\mathcal{F}_A = \{g : A \rightarrow A/g \text{ es función}\}$  y  $\mathcal{F}_B = \{h : B \rightarrow B/h \text{ es función}\}$ .

Se define:  $\varphi : \mathcal{F}_A \rightarrow \mathcal{F}_B$  por  $\varphi(g) = f \circ g \circ f^{-1}$

i) (4ptos) Muestre que  $\varphi$  es biyectiva.

ii) (2 ptos) Si se considera  $\mathcal{T}_A \subseteq \mathcal{F}_A, \mathcal{T}_A = \{g \in \mathcal{F}_A | g \text{ es biyectiva}\}$  y  $\mathcal{T}_B \subseteq \mathcal{F}_B, \mathcal{T}_B = \{h \in \mathcal{F}_B | h \text{ es biyectiva}\}$ .

Muestre que  $\varphi(\mathcal{T}_A) = \mathcal{T}_B$

(Donde  $\varphi(\mathcal{T}_A)$  es el conjunto imagen de  $\mathcal{T}_A$ )

Tiempo: 1 hora 15 minutos.