



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Álgebra 08-1

Control 4

P1. (i) (3 ptos.) Utilice el Teorema del Binomio en la expresión

$$(1+x)^{2n} + (1-x)^{2n}$$

para probar, sin usar inducción, que

$$\sum_{k=0}^n \binom{2n}{2k} = 2^{2n-1}, \quad \forall n \geq 1.$$

(ii) (3 ptos.) Calcule en función de n el valor de la suma

$$\sum_{k=0}^n \frac{\binom{n}{k}}{(k+1)(k+2)}.$$

P2. (i) (3 ptos.) Sean $i, k, n \in \mathbb{N}$ tales que $0 \leq k \leq i \leq n$. Pruebe que

$$\binom{n}{k} \binom{n-k}{i-k} = \binom{n}{i} \binom{i}{k}$$

y utilícelo para demostrar que

$$\sum_{k=0}^n \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \binom{i}{k} = 3^n$$

(ii) (3 ptos.) Un insecto debe cubrir, saltando, la distancia de 0 a 1 avanzando de izquierda a derecha. En que cada punto en que se encuentre puede elegir saltar hasta 1 (y completar el recorrido) o avanzar la mitad del tramo restante.

Pruebe que, para cubrir la distancia (entre 0 y 1), se requiere a lo más una cantidad numerable de saltos.

10 de mayo de 2008
Sin consultas
Tiempo: 1:15