MA1101-7 Introducción al Álgebra
Profesor: Maya Stein.
Auxiliar: Juan Pedro Ross O.
Fecha: Jueves 28 de Abril.

Auxiliar 7: Sumatorias

Resumen:

- $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
- $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
- $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$.
- Suma telescópica: $\sum_{k=p}^{q} a_k - a_{k-1} = a_q - a_{p-1}$.
- Binomio de Newton: $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$.
- Suma Aritmética: Sea $a_{n+1} = a_n + d$ y a_0 fijo $\Rightarrow \sum_{k=0}^{n} a_k = a_0(n+1) + d\frac{n(n+1)}{2}$.
- Suma geométrica: $\sum_{k=0}^{n} r^k = \frac{r^{n+1}-1}{r-1}$, si $r \neq 1$.

P1. Calcule:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \sqrt[75]{k+2} - \sqrt[75]{k}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n} \sum_{j=0}^{4n-2k} (-1)^k \binom{2n}{2n-k} \binom{4n-2k}{j}$

(c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{n+1} \sum_{j=2}^{n+1} \binom{k}{2} \binom{j}{j-2}$

P2. Demuestre, sin usar inducción, que $(\forall x \neq 0)(\forall n \in \mathbb{N})$:

$$\sum_{k=0}^{n} (1-x)^k = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n+1}{k+1} x^k$$

P3. Demuestre, sin usar inducción, que:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = pn$

(b) $\frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \ldots \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

P4. En el desarrollo de $(x^2 + \frac{1}{x})^{18}$ encuentre:

(a) El término constante.

(b) El término central.

(c) El valor del coeficiente de x^6.