MA1001-2 Introducción al Cálculo
Profesora: Natacha Astromujoff
Auxiliar: Felipe Salas.

Auxiliar 7

Resumen:

Soluciones de las ecuaciones trigonométricas:

(1) $\operatorname{sen}(x) = y \to \begin{cases} \emptyset & ,\text{si } |y| > 1 \\ \{x \in \mathbb{R} \mid x = k\pi + (-1)^k\alpha\} & ,\text{si } |y| \leq 1 \end{cases}$, con $\alpha = \operatorname{arc\,sen}(y) \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

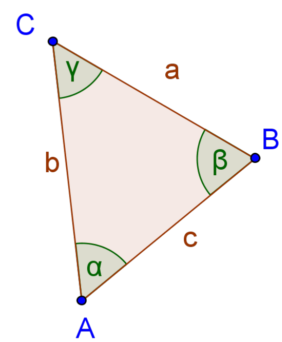
(2) $\cos(x) = y \to \begin{cases} \emptyset & ,\text{si } |y| > 1 \\ \{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k\pi \pm \alpha\} & ,\text{si } |y| \leq 1 \end{cases}$, con $\alpha = \operatorname{arcos}(y) \in [0, \pi]$.

(3) $\tan(x) = y \to \{x \in \mathbb{R} \mid x = k\pi + \alpha\}$, $\forall y \in \mathbb{R}$, con $\alpha = \arctan(y) \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

Teoremas:

(1) Del seno:

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{a} = \frac{\operatorname{sen}(\beta)}{b} = \frac{\operatorname{sen}(\gamma)}{c}.$$



(2) Del coseno:

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$.
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\beta)$.
- $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba\cos(\gamma)$.

(**P**1) Resuelva las siguientes ecuaciones:

(I) $\cos^3(x) + \operatorname{sen}^3(x) = 1 - \frac{\operatorname{sen}(2x)}{2}$

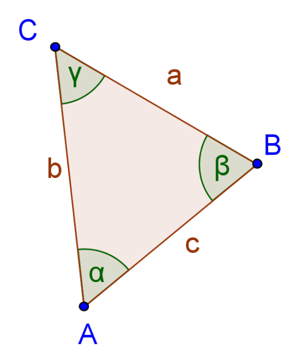
(II) $3\operatorname{sen}(x) - 2\cos^2(x) = 0$

(III) $\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(x)) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

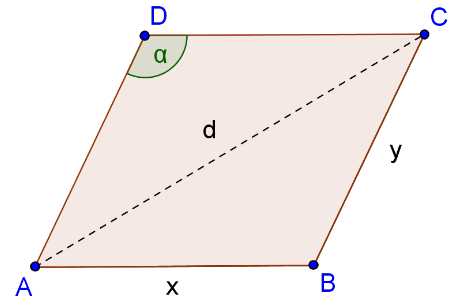
(**P**2) En un triángulo ABC se tiene que:

$$\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

Demuestre que necesariamente el triángulo es rectángulo.



(**P**3) El paralelógramo $ABCD$ de la figura tiene perímetro $2p$ y su diagonal $\overline{AC}$ mide d con el ángulo opuesto α ($0 < \alpha < \pi$ y $p > d$).



(I) Si x e y son las longitudes de los trazos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, establezca que la superficie S del paralelógramo está dada por $S = xy\,\mathrm{sen}(\alpha)$

(II) Demuestre que:

$$S = \frac{p^2 - d^2}{2} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$