

MA1001-2 Introducción al Cálculo**Profesora:** Natacha Astromujoff**Auxiliar:** Felipe Salas.

Auxiliar 14

Resumen:**1. Álgebra de Derivadas:**

Sean f y g dos funciones diferenciables en x_0 y $\alpha \in \mathbb{R}$, entonces se tiene que:

$$(I) \quad (f \pm \alpha g)' = f' \pm \alpha g'.$$

$$(II) \quad (fg)' = f'g + fg'.$$

$$(III) \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}, \quad g(x_0) \neq 0.$$

Nota: las funciones están evaluadas en x_0 .

2. Regla de la cadena:

Sean f y g dos funciones diferenciables en x_0 y en $f(x_0)$ respectivamente, entonces $g \circ f$ es diferenciable en x_0 además:

$$(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0))f'(x_0)$$

3. Derivada de la inversa:

Sea f una función biyectiva y diferenciable en x_0 entonces f^{-1} es diferenciable en $f(x_0) = y_0$, además:

$$(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$$

4. Polinomio de Taylor:

Dada una función k veces derivable, entonces su polinomio de Taylor de orden k en torno x_0 es:

$$T_{x_0, k}^f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \cdots + \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k.$$

(P1) Derive las siguientes funciones:

(I) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}.$

(II) $f(x) = x^x.$

(III) $f(x) = \frac{(\ln(x))^x}{x^{\ln(x)}}.$

(IV) $f(x) = \arcsen(x).$

(P2) Demuestre que la ecuación de la recta tangente a la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ en el punto (x_0, y_0) es $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1.$

(P3) Calcule los siguientes límites usando la regla de L'Hopital:

(I) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n \ln(x)}{x^2 - 1}.$

(II) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - \sen(x)}{x^2 \sen(x)}.$

(III) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arctan(x) - x}{2x - \arcsen(x)}.$

(P4) Encuentre el polinomio de Taylor de orden k en torno a 0 de la función $f(x) = \frac{x^2}{1-x}.$