

**MA1001-2 Introducción al Cálculo**

**Profesora:** Natacha Astromujoff

**Auxiliar:** Felipe Salas.



## Auxiliar 5

**Resumen:**

Sea  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$  una función real.

- **Dominio:**  $Dom(f) = A$
- **Dominio máximo** (Si  $A$  no está definido aún) :  $Dom(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in \mathbb{R}\}$ .
- **Ceros:**  $Z(f) = \{x \in Dom(f) \mid f(x) = 0\}$ .
- **Imagen:**  $Im(f) = f(A) = \{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in Dom(f), f(x) = y\}$ .
- Paridad:
  - $f$  es **impar** ssi  $\forall x \in Dom(f), f(-x) = -f(x)$ .
  - $f$  es **par** ssi  $\forall x \in Dom(f), f(-x) = f(x)$ .
- $f$  es **creciente** en  $[a, b]$  ssi  $\forall x, y \in [a, b], x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$
- $f$  es **decreciente** en  $[a, b]$  ssi  $-f$  es creciente en  $[a, b]$
- Funciones racionales (dominio, ceros, signos, asíntotas)!
- $f$  es **inyectiva** ssi  $\forall x, y \in Dom(f) f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ .
- $f$  es **sobreyectiva** ssi  $Im(f) = B$
- $f$  es **biyectiva** ssi es sobreyectiva e inyectiva.
- $f$  es biyectiva  $\Leftrightarrow$  existe  $f^{-1}$  su **inversa** y cumple que  $\forall x \in A, y \in B f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$ .

(P1) Sea  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ .

- (I) Pruebe que  $f$  es decreciente en el intervalo  $(0, 1]$  y creciente en  $[1, \infty)$ .
- (II) Pruebe que  $\forall x > 0 f(x) \geq 2$ .

(P2) Dada la fórmula:

$$\sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$$

- (I) Determinar el mayor conjunto  $A \subseteq \mathbb{R}$  tal que  $f : A \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{1 - \frac{2}{1+x}}$ , sea función.
- (II) Encontrar los ceros de  $f$  y determinar sus signos.
- (III) Determinar la paridad y periodicidad de  $f$ .
- (IV) Determinar la inyectividad y sobreyectividad de  $f$ .
- (V) Encontrar los intervalos donde  $f$  crece y aquellos donde  $f$  decrece.

(P3) Sea  $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{|x| - 6}{|x| - 2}$ .

- (I) Determine  $A = Dom(f)$ , ceros, signos y paridad.

- (II) Determine asíntotas verticales y horizontales, si existen.
- (III) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f$ .
- (IV) Determine  $f(A)$ , y explique por qué  $f$  no es inyectiva ni sobreyectiva.
- (V) Encuentre un conjunto  $B \subseteq A$ , tal que  $f|_B : B \rightarrow f(B)$  sea biyectiva y determine explícitamente su inversa.
- (VI) Haga un mono de  $f$ .