



## Auxiliar 1

### Resumen:

- Sean  $D$  una recta,  $F$  un punto en el plano y  $e$  un número positivo, entonces una **cónica**  $C$  tiene la siguiente forma:

$$P \in C \Leftrightarrow d(P, F) = e \cdot d(P, D).$$

- (I)  $e < 1 \Rightarrow C$  es una **elipse**.
- (II)  $e = 1 \Rightarrow C$  es una **parábola**.
- (III)  $e > 1 \Rightarrow C$  es una **hipérbola**.
- Cónicas centradas en  $(0, 0)$ .
  - (I) Parábola:  $y = \frac{1}{4p}x^2$ .
    - $e = 1$

- $F = (0, p)$ .
- $D : y = -p$ .
- (II) Elipse:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 
  - $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$
  - $F = (ae, 0)$ .
  - $D : x = \frac{a}{e}$ .
- (III) Hipérbola:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 
  - $e = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$
  - $F = (ae, 0)$ .
  - $D : x = \frac{a}{e}$ .

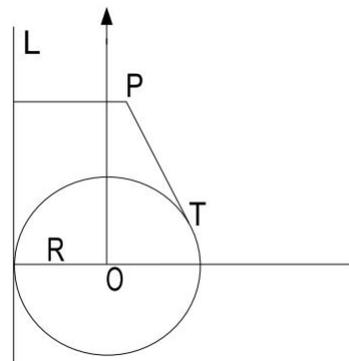
(P1) Determinar las ecuaciones de las circunferencias que satisfacen las siguientes condiciones

- Su centro se encuentra en la recta  $L : 2x - y - 3 = 0$ .
- Son tangentes al eje  $X$
- Pasan por el punto  $P (0, -1)$

(P2) Dada la circunferencia  $C : x^2 + y^2 = R^2$  y la recta  $x = -R$  se pide determinar el lugar geométrico de los puntos  $P$  del plano tales que la distancia de  $P$  a  $L$  es igual a dos veces la longitud del tramo  $\vec{PT}$ , tangente desde  $P$  hasta la circunferencia  $C$ .

Identifique el lugar geométrico resultante, indicando si corresponde, centro, focos, directrices, semiejes, asíntotas y excentricidad.

**Ind:** Notar que el triángulo  $POT$  es rectángulo.



(P3) Considere la circunferencia  $x^2 + y^2 = r^2$  y su punto superior  $A = (0, r)$ . Por un punto  $P = (x_0, y_0)$  cualquiera de la circunferencia se traza la recta  $AP$ , la cual corta al eje  $OX$  en un punto  $Q$ .

- (I) Demuestre que el Lugar Geométrico de la intersección de la recta  $OP$  ( $O$  es el origen) con la vertical por  $Q$  es un parábola.
- (II) Determine vértice foco y directriz de la parábola.

