

MA1001-2 Introducción al Cálculo**Profesora:** Natacha Astromujoff**Auxiliar:** Felipe Salas.

Auxiliar 2

1. a) Usando sólo los axiomas de los números reales y sus propiedades elementales, demuestre que para todo $x, y, z, w \in \mathbb{R}$, $z \neq 0$, $w \neq 0$, la siguiente implicancia es verdadera:

$$(xw + zy)^2 = (x^2 + y^2)(w^2 + z^2) \Rightarrow \exists \lambda \in \mathbb{R} \text{ tal que } x = \lambda w, y = \lambda z$$

- b) Si $a_1 < a_2 < a_3$ demuestre que

$$|x - a_1| + |x - a_2| + |x - a_3| \geq a_3 - a_1$$

- c) Calcule el conjunto de los $x \in \mathbb{R}$ tales que

$$|x^2 - 8x| \leq 3/4$$

2. Dado el punto P de coordenadas (a, b) y la recta L de ecuación $y = mx$, determinar la ecuación de la recta que pasa por P y tal que el trazo que determinado por la intersección de ella con los ejes, queda dimidiado por L .
3. Se consideran tres puntos O, A, B situados sobre una recta y se contruyen dos semicircunferencias de diámetros OA y OB , respectivamente. Desde el punto medio M del trazo AB se levanta la perpendicular, cortando a la circunferencia mayor en R y luego se traza la tangente MP a la circunferencia menor, siendo P el punto de tangencia. Demuestre que O, P y R se encuentran sobre una misma recta.