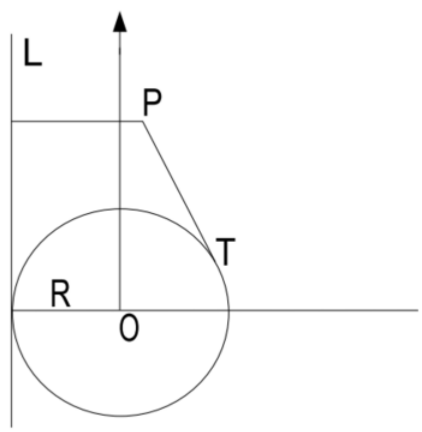
MA1001-1 Introducción al Cálculo
Profesor: Patricio Felmer A.
Auxiliar: Diego Marchant D.

"Llevo obteniendo resultados desde hace tiempo, pero aún no sé cómo llegué a ellos" - Carl Friedrich Gauss

Auxiliar Extra 1

8 de Abril de 2016

1. Dada la circunferencia $\mathcal{C} : x^2 + y^2 = R^2$ y la recta $L : x = -R$ se pide determinar el lugar geométrico de los puntos P del plano tales que la distancia de P a la recta L es igual a 2 veces la magnitud del trazo $\overline{PT}$, tangente a la circunferencia $\mathcal{C}$ (ver figura).



2. Sean $P = (1, 0)$, $Q = (0, 1)$ y $O = (0, 0)$ tres puntos del plano y consideremos α, β, γ y μ cuatro números reales conocidos cualesquiera. Determine el lugar geométrico de los puntos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tales que
$$\alpha d((x, y), P)^2 + \beta d((x, y), Q)^2 + \gamma d((x, y), O)^2 = \mu$$
Analice todos los casos posibles distinguiendo en particular los casos $\alpha + \beta + \gamma = 0$ y $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$.

3. Considere la hipérbola de ecuación $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ donde $a > b > 0$. Demuestre que cualquier recta tangente a esta cónica determina sobre las asíntotas puntos A y B tales que $x_a \cdot x_b = cte$ e indique el valos de la constante donde x_a y x_b representan las abscisas de A y B respectivamente.

   Indicación: La recta tangente a la hipérbola en un punto $P = (x_0, y_0)$ de ella tiene por ecuación
$$\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$$